



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE FLORESTAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL

**CRITÉRIOS DE ESTRATIFICAÇÃO PARA O PLANEJAMENTO DA CUBAGEM
RIGOROSA**

MATEUS DOS REIS

Prof. Dr. EMANUEL JOSÉ GOMES DE ARAÚJO
Orientador

SEROPÉDICA-RJ
JULHO-2015



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE FLORESTAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL

**CRITÉRIOS DE ESTRATIFICAÇÃO PARA O PLANEJAMENTO DA CUBAGEM
RIGOROSA**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Florestal, como requisito parcial para a obtenção do Título de Engenheiro Florestal, Instituto de Florestas da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

MATEUS DOS REIS

Prof. Dr. EMANUEL JOSÉ GOMES DE ARAÚJO
Orientador

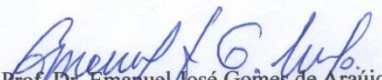
SEROPÉDICA-RJ
JULHO-2015


**CRITÉRIOS DE ESTRATIFICAÇÃO PARA O PLANEJAMENTO DA CUBAGEM
RIGOROSA**

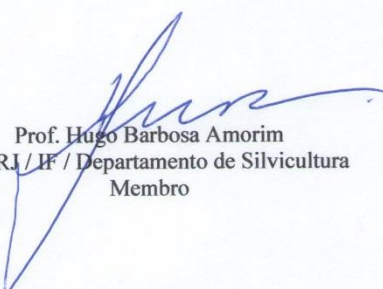
MATEUS DOS REIS

Comissão Examinadora:

Monografia aprovada em 01 de Julho de 2015.


Prof. Dr. Emanuel José Gomes de Araújo
UFRRJ / IF / Departamento de Silvicultura
Orientador


Prof. Dr. Marco Antonio Monte
UFRRJ / IF / Departamento de Silvicultura
Membro


Prof. Hugo Barbosa Amorim
UFRRJ / IF / Departamento de Silvicultura
Membro

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais Alaor e Marli (*in memoriam*), aos meus irmãos Ana Paula e Alaor Jr. e aos meus grandes incentivadores Luiz Antônio e Olga.

AGRADECIMENTOS

À Deus primeiramente pelo dom da vida, por iluminar meu caminho e dar-me forças para seguir com meus objetivos.

Agradeço a todos da minha família, meus pais, irmãos, tios, primos e aos meus avós, pelas orações, por sonharem comigo e pelo apoio em todos os momentos que precisei. Aprendi a dar mais valor a todos com a distância.

Ao meu orientador, conselheiro e amigo professor Emanuel, pelos ensinamentos, pela paciência e confiança em me orientar em cada etapa deste e de outros trabalhos. Ao Marco, pela orientação na iniciação científica e pela ajuda em outros momentos. Ao professor Hugo, pelos primeiros ensinamentos em dendrometria e inventário florestal. E também, à todos os professores do Instituto de Florestas que compartilharam comigo os seus conhecimentos.

À todos colegas da turma 2010-II de Engenharia Florestal, obrigado pela amizade, foi realmente um prazer conhece-los. Deixo um agradecimento especial à Amanda, Jéssica, João Flávio, Marcelle, Thamires e Tiago Tito, muito obrigado pelo apoio e pelos conselhos. Agradeço aos 'bixos' Iohann, Caio e Beatriz, obrigado pela força.

Aos 'irmãos amigos' do alojamento 512, Rafael (Loirinho), Gustavo (Gugu), Pedro (Tuniquinho), Felipe (Salsicha), Carlos Magno (Cirilo), Flávio (Ganso), Guilherme (Zé), Breno (Nestor) e Vítor (Pink), muito obrigado pelos momentos de alegria compartilhados, conselhos e incentivo e por suportarem a minha cantoria. Aos companheiros Diego, Leonardo, Romário e Ramiro obrigado pela amizade e pelas 'rodas' de violão.

Deixo um agradecimento em especial à Marina, grande amiga, muito obrigado por estar ao meu lado sempre, por compartilhar momentos de tristeza e de alegria, por me escutar e me ensinar muito sem mesmo falar uma palavra.

À todos que direta ou indiretamente contribuíram para a minha formação pessoal e profissional, durante todo o tempo de Universidade. Que Deus abençoe vocês!

RESUMO

O objetivo do presente trabalho foi avaliar critérios de estratificação da floresta visando reduzir a intensidade amostral na cubagem rigorosa, sem que isto comprometa o desempenho da equação de volume. Foram utilizados dados da cubagem de 1.017 árvores de eucalipto cedidos por uma empresa que atua no setor florestal localizada em Minas Gerais. Os dados foram agrupados em 5 critérios de estratificação baseando-se em fatores como a região, fazenda, espécie, idade e espaçamento. As árvores foram distribuídas em classes de diâmetro dentro de cada estrato. Em cada critério foi estimado o número de árvores ótimos para a realização da cubagem. O critério 5 representa a população como um todo sem estratificação. Para cada estrato em cada critério ajustou-se o modelo de Schumacher-Hall para verificar a influência da estratificação no desempenho da equação. Foi realizado também um teste de identidade de modelos para verificar a possibilidade de unir estratos cuja equação não se diferenciavam estatisticamente. De acordo com a frequência de árvores cubadas por classe verificou-se a necessidade de uma amostra maior nas classes de maiores diâmetros. Quanto mais estratificada a floresta menor foi o CV% médio dos estratos porém maiores foram as estimativas da intensidade amostral. As equações ajustadas somente em razão das fazendas não se diferenciaram estatisticamente. O critério que teve as menores estimativas de intensidade amostral sem que as equações fossem comprometidas foi o 3, que considera a região, fazenda e espécie na estratificação. Assim, sua aplicação resulta em redução de custos pela empresa sem prejudicar as estimativas de volume.

Palavras chaves: Intensidade amostral; custos; identidade de modelos.

ABSTRACT

The goal of this study was to evaluate the criteria for forest stratification in order to reduce the sample intensity in the Log Volume, without compromising the performance of the volume equation. Data for the volume calculation of 1,017 *Eucalyptus trees* was provided by a company from Minas Gerais. The data were grouped into five stratification criteria based on the following factors; region, farm, species, age and spacing. Diameter class was used to distribute the trees within each stratum. In each criterion, the number of optimal trees for the holding of the cube volume calculation was estimated. The fifth criterion represents the population as a whole without stratification. For every stratum within each criterion the Schumacher-Hall model was adjusted in order to verify the influence of stratification on the performance of the equation. The Identity test was also utilized in order to verify the possibility of joining strata, which within the equation did not differ statistically. According to the frequency of the trees cubed by class, there is a need for a better sampling of larger diameter classes. The more stratified the forest was, the lower the mean CV% of the strata was, however, the estimates of sample intensity were higher. The adjusted equations from the farms did not differ statistically. The third criterion, which considers the region, farm, and species in the stratification, presented the lowest estimates of sample intensity without compromising the equations. Thus, their application results in reduced costs for the company without compromising the volume estimates.

Key-words: sampling intensity; costs; identity models.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	viii
LISTA DE FIGURAS	ix
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	2
2.1 Volumetria.....	2
2.2 Métodos Absolutos de Cubagem Rigorosa	3
2.3 Métodos de Cubagem com Alturas Relativas	5
2.4 Outros Métodos de Cubagem	6
2.4.1 Pressler	6
2.4.2 Acumulação de altura ou de Grosenbaugh.....	6
2.4.3 Seccional padrão	7
2.4.4 Afilamento constante	7
2.4.5 Amostragem centroide	7
2.4.6 Sobreposição de seções de Bailey.....	8
2.4.7 Fórmula de Hossfeld	9
2.5 Amostragem na Cubagem Rigorosa.....	9
2.5.1 Estratificação da floresta.....	9
2.5.2 Definição do número de árvores a serem cubadas	10
2.6 Modelagem Volumétrica.....	12
2.7 Identidade de Modelo.....	13
3. MATERIAIS E MÉTODOS	15
3.1 Fonte dos Dados	15
3.2 Cubagem Rigorosa	15
3.3 Critérios de Estratificação na Cubagem Rigorosa.....	16
3.4 Análise Descritiva por Critério de Estratificação	17
3.5 Determinação da Intensidade Amostral Ótima.....	18
3.6 Identidade de Modelos	19
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	20
5. CONCLUSÃO	30
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	31
7. APÊNDICE	34

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Fórmulas utilizadas no cálculo do volume de seções por métodos absolutos.....	4
Tabela 2: Fórmulas para o cálculo do volume do fuste pelos métodos relativos	5
Tabela 3: Sugestão de árvores a serem cubadas por classe diamétrica/idade para floresta equiânea.	10
Tabela 4: Sugestão de árvores a serem cubadas por classe diamétrica para floresta inequiânea.	11
Tabela 5: Modelos volumétricos de simples entrada para árvores individuais.....	12
Tabela 6: Modelos volumétricos de dupla entrada para árvores individuais	13
Tabela 7: Análise de Variância para teste de identidade de modelos proposto por Graybill..	14
Tabela 8: Características consideradas em cada critério utilizado na estratificação da população	16
Tabela 9: Número de estratos resultantes da combinação dos fatores de estratificação considerado por cada critério.....	17
Tabela 10: Total do número de árvores estimados (n) por critério com base no CV% por classe diamétrica e baseado no CV% médio dos estratos considerando e não as classes diamétricas	22
Tabela 11: Custo com a cubagem de acordo com o número ótimo de árvores cubadas	22
Tabela 12: Análise de variância para teste de identidade de modelo para o critério 2.....	26
Tabela 13: Análise de variância para teste de identidade de modelo para o critério 3.....	26
Tabela 14: Análise de variância para teste de identidade de modelo para os critérios 4 e 5...26	
Tabela 15: Separação dos estratos do critério 3 e 4 em grupos e seus respectivos intervalos de observações.....	27
Tabela 16: Resultados dos testes de identidade de modelo para os grupos em cada critério a 95% de probabilidade e $n-1$ grau de liberdade	27
Tabela 17: Parâmetros estimados e qualidade dos ajustes das equações ajustadas para os estratos do critério 3.....	28

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Perfil gerado por $y = \pm axr$ para os diferentes valores de índice de parábolas..	3
Figura 2: Locais de medição de diâmetro ou circunferência das seções para os diferentes métodos de cubagem absoluta	3
Figura 3: Frequência das 1.017 árvores cubadas por classe diamétrica	15
Figura 4: Posições de medições dos diâmetros das seções tomados em porcentagens relativa à altura total da árvore	15
Figura 5: Fluxograma representando a separação dos estratos considerando cada fator de estratificação	17
Figura 6: Esquema do cálculo e recálculo da intensidade amostral ótima até sua estabilização	18
Figura 7: Número de árvores cubadas e estimadas por classe diamétrica desconsiderando a estratificação	20
Figura 8: CV% médio dos estratos por critério de estratificação sem considerar as classes diamétricas	21
Figura 9: Valores de CV% médio dos estratos considerando as classes diamétricas para cada critério de estratificação	21
Figura 10: Árvores cubadas e estimadas por classe diamétrica em cada estrato do critério 2	23
Figura 11: Árvores cubadas e estimadas por classe diamétrica em cada estrato do critério 3	23
Figura 12: Árvores cubadas e estimadas por classe diamétrica em cada estrato dos critérios 4 e 5	24
Figura 13: Relação entre número de árvores cubadas (n) e o erro padrão da estimativa ($S_{yx}\%$)	29
Figura 14: Distribuição dos resíduos em porcentagem de cada estrato do critério 3	29

1. INTRODUÇÃO

A cubagem rigorosa é o método mais aplicado na determinação do volume real de árvores amostras. O objetivo é usar esse volume na geração de equações de volume e fatores de forma. Essas equações são utilizadas na estimativa do estoque de madeira, principalmente, de plantios florestais que abastecem a indústria de base florestal e constituem o procedimento mais eficiente para a quantificação do estoque de madeira (GUIMARÃES e LEITE, 1996). Segundo Leal *et al.* (2015), a estimativa de volume é de fundamental importância e indispensável no planejamento e monitoramento do crescimento e da produtividade de plantios comerciais de eucalipto.

Embora a execução das técnicas de cubagem já estejam consolidadas, questões referentes ao planejamento, como o número ótimo de árvores necessárias a serem cubadas, ainda carecem de informações. Números elevados de árvores torna o procedimento inviável operacionalmente e financeiramente, por outro lado, poucas árvores amostradas resultam em equações pouco precisas na estimativa (GUIMARÃES e LEITE, 1996). Poucos trabalhos como o de Guimarães e Leite (1996) e Leal *et al.* (2015), tiveram como objetivo a relação entre a redução da intensidade amostral na cubagem rigorosa com a precisão das equações volumétricas.

Uma maneira de reduzir o número de árvores na cubagem, sem comprometer a precisão dos modelos volumétricos, é por meio da estratificação da floresta. O objetivo da estratificação é reduzir a variabilidade dentro de subpopulações e, assim, aumentar a precisão dos estimadores estatísticos obtidos a partir da amostragem (PÉLLICO NETTO e SANQUETTA, 1994). Porém, pouco se tem de informações sobre como realizar a estratificação de uma floresta visando a cubagem rigorosa. Diferentes fatores que afetam a forma da árvore como a espécie, idade, espaçamento, qualidade do sítio, entre outros (SCOLFORO e THIRSCH, 2004), podem ser utilizados na divisão da população em estratos. Porém, é importante saber quais desses fatores irá realmente interferir na estimativa da intensidade amostral ótima e, conseqüentemente, no desempenho das equações de volume. Quanto mais fatores forem considerados, maior será o número de estratos, o que operacionalmente pode não ser viável, uma vez que há a possibilidade de determinar uma equação volumétrica para cada estrato e isso agregará tempo no processamento.

Em todo processo de amostragem a precisão e o custo são duas variáveis que apresentam uma relação estreita onde a alteração em uma resulta automaticamente em uma resposta da outra (PÉLLICO NETTO e BRENA, 1997). Normalmente, os custos aumentam com o grau de detalhamento, precisão requerida, eficiência na obtenção das variáveis, entre outras informações (DRUSZCZ *et al.*, 2012). No caso da cubagem o aumento dos custos está na necessidade amostrar um maior número de árvores, de maneira a captar toda a variabilidade da floresta. Assim sendo, a redução da intensidade amostral para procedimentos de cubagem sem que esta comprometa o ajuste de equações volumétricas pode propiciar significativa redução de custos para as empresas.

Com isso, o objetivo do presente trabalho foi testar critérios para a estratificação da floresta no planejamento da cubagem rigorosa, de maneira que se obtenha a menor intensidade amostral, sem que a qualidade da equação de volume seja comprometida.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Volumetria

O volume de madeira é, sem dúvida, o objetivo da maioria dos inventários florestais, principalmente quando trata-se de povoamentos para fins comerciais. Quase sempre o volume das árvores em uma unidade de amostra é estimado indiretamente por meio de fator de forma, equações de volume ou funções de afilamento. Em todos estes métodos, exige-se que algumas árvores sejam amostradas com o intuito de obter seus volumes reais, para viabilizar a aplicação de qualquer uma dessas técnicas (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2009).

Conforme descrito pelos autores supracitados, o volume real das árvores pode ser obtido pelos seguintes métodos:

a) Cubagem rigorosa: Consiste na divisão do fuste em seções (toras) menores, onde são medidos os diâmetros ao longo do fuste e o volume é calculado por meio de fórmulas matemáticas previamente estabelecidas. A definição do comprimento das seções pode ser de forma absoluta ou relativa à altura total da árvore, ou ainda com uma combinação das duas.

b) Método gráfico (curva de afilamento): É plotado em papel milimetrado um gráfico da área seccional sobre as respectivas alturas onde se encontram. A área sob a curva é então convertida em volume por meio de expressão matemática, correspondendo ao volume da árvore.

c) Deslocamento de água: Coloca-se a tora em um cilindro com água (Xilômetro) e observa-se o deslocamento da coluna d'água, que corresponde ao volume da água mais o da tora, como o volume de água inicial é conhecido, a diferença resulta no volume da tora. O valor resultante da aplicação deste método é considerado paramétrico ou verdadeiro da tora, usado para a calibragem dos demais.

d) Obtenção do volume a partir do peso: Esse método é o mais simples, porém só fornecerá o volume real da tora se a densidade da madeira for conhecida. Neste caso, utiliza-se da fórmula da densidade para o cálculo do volume e para isso é necessário conhecer o peso da tora.

O tronco de uma árvore apresenta variações em sua forma, assemelhando-se a sólidos geométricos que variam de um cilindro a um cone. Devido a impossibilidade de identificação dos limites dessas formas, utiliza-se uma equação geral para descrever o perfil do fuste (CAMPOS e LEITE, 2013):

$$y = \pm ax^r$$

em que:

y = raio;

a = coeficiente real, constante que define o afilamento do perfil;

x = eixo da parábola;

r = índice da parábola ou do perfil longitudinal.

Quando o $r = 0$, a equação irá descrever a forma de um cilindro, se $r = 1/2$ a forma assumida será de um parabolóide, para um $r = 1$ é descrito a forma de um cone e quando $r = 3/2$ o perfil será de um neiloide (CAMPOS e LEITE, 2013; SCOLFORO e THIERSCH, 2004), conforme ilustrado na Figura 1.

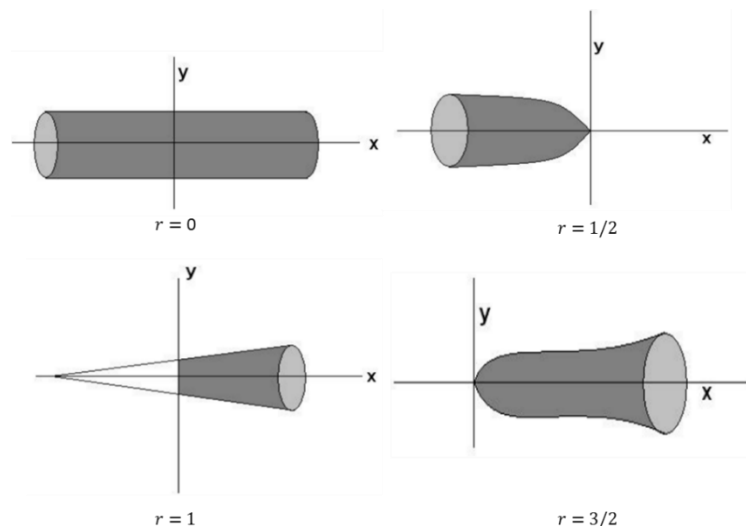


Figura 1: Perfil gerado por $y = \pm ax^r$ para os diferentes valores de índice de parábolas. Fonte: Modificado de Silva e Paula Neto (1979).

Atualmente com o avanço da tecnologia novas formas de determinar o volume de árvores individuais vem sendo testados e validados. Oliveira *et al.* (2014), avaliou a possibilidade de estimar o diâmetro a 1,30 m do solo (dap) a partir da altura total das árvores obtida através do escâner a laser aerotransportado (LiDAR, “light detection and ranging”) e a partir destas variáveis estimar o volume d talhões de eucalipto. O autor concluiu que é possível obter equações precisas para estimar o dap a partir da altura obtida pelo escâner, porém, em alguns casos essas alturas foram subestimadas pelo LiDAR, o que resultou também em subestimativas do volume.

2.2 Métodos Absolutos de Cubagem Rigorosa

Os métodos absolutos de cubagem são aqueles onde o comprimento das seções não possuem vínculo nenhum com o comprimento total do fuste (CABACINHA, 2003). Os métodos de cubagem absolutos mais aplicados por profissionais do setor florestal em todo mundo, principalmente pela facilidade de uso, são: Smalian, Huber e Newton (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2009). Basicamente a diferença entre os métodos está na maneira de obter os diâmetros ou as circunferências ao longo do fuste (Figura 2).

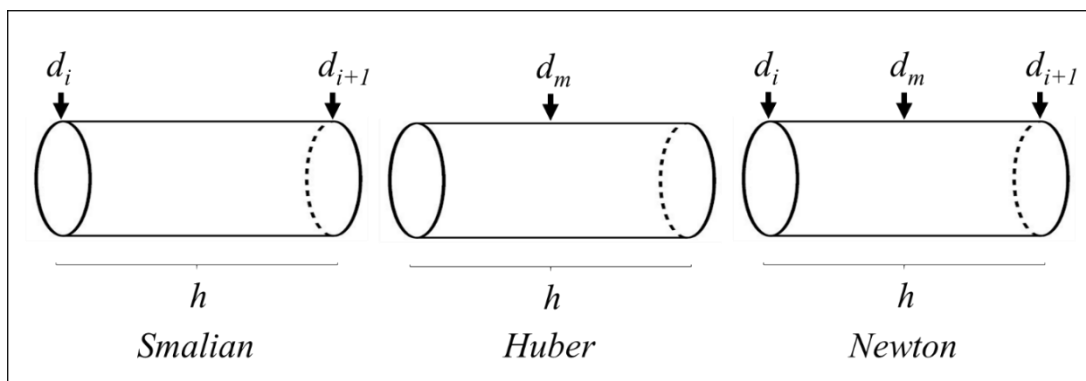


Figura 2: Locais de medição de diâmetro ou circunferência das seções para os diferentes métodos de cubagem absoluta

onde:

d_i = diâmetro da extremidade mais grossa;

d_{i+1} = diâmetro da extremidade mais fina;

d_m = diâmetro do centro da seção;

h = comprimento (altura) da seção.

No método de Smalian essas variáveis são tomadas nas extremidades da seção, enquanto no método de Huber são mensuradas no centro e, no método de Newton, tais medidas são obtidas nas extremidades e no centro da seção (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2009; SCOLFORO e THIERSCH, 2004). As fórmulas utilizadas para o cálculo do volume de acordo com cada método estão apresentadas na Tabela 1, bem como as fórmulas do cilindro e do cone utilizadas para calcular o volume do toco e da ponta respectivamente em todas as ocasiões. O volume total é o resultado do somatório dos volumes das seções mais o volume do toco e da ponta ($VT = v_t + \sum v_i + v_p$), sendo v_i o volume da i -ésima seção em m^3 .

Tabela 1: Fórmulas utilizadas no cálculo do volume de seções por métodos absolutos

Método	Fórmula
Smalian	$v = \left(\frac{g_i + g_{i+1}}{2} \right) l$
Huber	$v = g_{int} l$
Newton	$v = \left(\frac{g_i + 4g_{int} + g_{i+1}}{6} \right) l$
Toco	$v_t = g_t l_t$
Ponta	$v_p = \frac{g_n l_p}{3}$

em que:

g = área transversal calculada (m^2) a partir da fórmula $g = \frac{\pi d^2}{40.000}$, sendo d o diâmetro da seção;

v = volume da seção (m^3);

v_t = volume do toco (m^3);

v_p = volume da ponta (m^3);

g_i = área transversal no início da seção (m^2);

g_{i+1} = área transversal no fim da seção (m^2);

g_{int} = área transversal no centro da seção (m^2);

g_t = área transversal do toco (m^2);

g_n = área transversal na base da ponta (m^2);

l_t = altura do toco (m);

l_p = comprimento da ponta (m);

l = comprimento da seção (m).

A fórmula de Newton é exata para todas as formas consideradas. Smalian e Huber apresentam desempenho satisfatório quando a seção é um parabolóide. Se por exemplo a superfície da seção for mais convexa do que a do parabolóide, o volume obtido por Huber será superestimado enquanto o calculado por Smalian será subestimado, o oposto ocorrerá quando a superfície da seção for menos convexa do que o parabolóide, como ocorre na grande maioria dos casos (HUSCH *et al.*, 2003).

Machado *et al.* (2006) compararam os métodos de Smalian, Huber, Newton e Centróide com o volume real obtido por meio de Xilômetro para a espécie *Mimosa scabrella* Benth. Observaram uma tendência dos métodos em superestimar o volume das porções inferiores do fuste sendo o de Smalian o que apresentou o pior desempenho. O método que apresentou as melhores estimativas para essa porção foi o de Huber seguido do Centróide. Quanto maior o comprimento das seções maiores as superestimativas de volume feitas pela fórmula de Smalian. Comportamento oposto foi observado nos volumes obtidos pela fórmula de Huber. O método de Newton não apresentou nenhum dos comportamentos observados nos métodos anteriores em relação ao tamanho das seções.

2.3 Métodos de Cubagem com Alturas Relativas

Nos métodos relativos o comprimento das seções representam um percentual do comprimento total do fuste, permitindo a comparação entre o volume de árvores com alturas diferentes (CABACINHA, 2003). Scolforo e Thiersch (2004) citaram como métodos relativos o de Hohenadl e o da FAO (Food and Agriculture Organization). No primeiro caso o fuste é dividido em cinco, dez ou mais seções e as medidas de diâmetro ou circunferências tomadas no centro da mesma, tal como no método de Huber. O método da FAO surgiu mediante a necessidade de amostrar melhor a porção basal do fuste onde a variação de forma é maior, ao se aplicar o método de Hohenadl. Assim são medidas mais duas seções na base, nas alturas de 1/6 e 5/6 da primeira seção (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2009). O volume é obtido como mostrado na Tabela 2.

Tabela 2: Fórmulas para o cálculo do volume do fuste pelos métodos relativos

Método	Fórmula
Hohenadl	$v = \frac{h}{n} \left(\sum_1^n g_{0,i} \right)$
FAO	$v = \frac{h}{n} \left[\left(\frac{2g_1 + g_{0,1} + g_2}{4} \right) + \sum_2^n g_{0,i} \right]$

em que:

v = volume do fuste (m³);

h = altura total;

n = número de seções;

$g_{0,i}$ = área transversal no centro de cada seção (m²);

g_1 = área transversal a 1/6 da primeira seção;

g_2 = área transversal a 5/6 da primeira seção;

$g_{0,1}$ = área transversal no centro da primeira seção.

2.4 Outros Métodos de Cubagem

2.4.1 Pressler

Consiste em definir a altura onde o diâmetro é metade de um diâmetro basal, que na prática é utilizado o DAP como referencial, conhecida como altura ou ponto de Pressler. Assim sendo, o volume corresponde somente a porção do DAP à altura de Pressler, sendo necessário calcular o volume da seção inferior, que pode ser feito utilizando a fórmula do cilindro (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2009). O volume total da árvore é então obtido pela soma do volume obtido a partir da fórmula de Pressler com o volume da porção basal.

Fórmulas para o cálculo do volume de Pressler e do cilindro:

$$V_p = \frac{2}{3} g h_p$$

$$V_c = g \cdot 1,30$$

onde:

V_p = volume de Pressler;

V_c = volume do cilindro;

g = área transversal a 1,30 m do solo;

h_p = altura de Pressler.

De acordo com Machado e Figueiredo Filho (2009), este método passou a ser utilizado na cubagem de árvores em pé a partir da invenção do Relascópio por Bitterlich, que permite aferir a altura de Pressler sem a necessidade de abater a árvore.

2.4.2 Acumulação de altura ou de Grosenbaugh

Nste método, desenvolvido por Grosenbaugh em 1954, ao invés de medir o diâmetro em diferentes alturas, mede-se a altura de diâmetros definidos que decrescem em progressão aritmética por uma diferença constante de diâmetro (taper-step). Deste modo, parte-se de um diâmetro inicial na altura do toco e define-se um valor de decréscimo constante do diâmetro, como por exemplo dois centímetros, e mede-se a altura nesses pontos, podendo-se assim calcular o volume (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2009). Para o cálculo utiliza-se a seguinte expressão matemática:

$$v = \frac{\pi T^2}{2} \left[\sum h' + \left(\frac{\sum L}{2K} \right) \right]$$

em que:

v = volume da árvore;

T = diferença constante entre os diâmetros (taper-step);

h' = subtotaís de alturas da base para o topo;

L = diferença em altura entre cada tora;

K = índice de forma (se parabolóide = 2; cone = 3; neiloide = 4).

2.4.3 Seccional padrão

Divide-se o fuste em seções de tamanhos iguais (L) e calcula-se o volume através do método de Huber. O volume da ponta é calculado pela fórmula do cone quando o diâmetro final for igual a zero. No caso do diâmetro final ser maior que zero, o que ocorre quando se estabelece um diâmetro comercial, calcula-se pelo método de Huber. Se o comprimento da última seção for menor que L esta será considerada uma seção fora de padrão (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2009).

Os volumes são calculados como segue:

$$v_t = \frac{\pi}{4} \left[L \sum d_i^2 + l \frac{d_n^2}{3} \right]$$

$$v_c = \frac{\pi}{4} \left[L \sum d_i^2 + l d^2 \right]$$

onde:

v_t = volume total (m^3);

v_c = volume comercial (m^3);

L = comprimento constante das seções m ;

d_i = diâmetros no meio das seções de tamanho L (cm);

d_n = diâmetro na extremidade superior da última seção com comprimento L (cm);

d = diâmetro no meio da última seção com comprimento l para uma altura comercial limite (cm);

l = comprimento da última seção do fuste para volume total ou comercial.

Machado e Figueiredo Filho (2009), chamam a atenção para quando o comprimento da última seção do volume comercial (l) for um exato múltiplo de (L) a expressão ld^2 na fórmula deve ser desconsiderado.

2.4.4 Afilamento constante

O tamanho das seções é variado e definido por graus de afilamento, conhecidos como taper-step. Por exemplo, se na extremidade mais grossa de uma seção mensurado um diâmetro de 18 cm e o grau de afilamento pré-definido de 4 cm o diâmetro da extremidade mais fina da seção deverá medir 14 cm. A próxima seção será definida entre os diâmetros de 14 e 10 cm. Após definidas as seções, os volumes são calculados pela fórmula de Smalian (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2009).

2.4.5 Amostragem centroide

Conforme citado por Machado e Figueiredo Filho (2009), o método desenvolvido por Wood *et al.* (1990) utiliza o diâmetro medido onde ocorre o centro do volume do tronco (centroide). As fórmulas utilizadas na aplicação desse método estão demonstradas a seguir conforme apresentado por Machado *et al.* (2006):

$$v = g_{i+1}l + \frac{1}{2}b_1l^2 + \frac{1}{3}b_2l^3$$

onde:

$$b_1 = \frac{g_i - g_{i+1} - b_2 l^2}{l}$$

$$b_2 = \frac{g_i - g_c \frac{l}{e} - g_{i+1} \left(1 - \frac{l}{e}\right)}{l^2 - le}$$

$$e = l - e_1$$

$$e_1 = l - \left[\left(\frac{\left[\left(\frac{D}{d} \right)^4 + 1\right]^{0,5} - 2^{0,5}}{2^{0,5} \left[\left(\frac{D}{d} \right)^2 - 1\right]} \right) l \right]$$

em que:

v = volume da tora (m^3);

g_i = área transversal na extremidade mais grossa da tora (m^2);

g_{i+1} = área transversal na extremidade mais fina da tora (m^2);

g_c = área transversal no centroide da tora (m^2) medida na distância e_1 (m) da extremidade mais grossa da tora;

l = comprimento da tora (m);

d = diâmetro na extremidade mais fina da tora (cm);

D = diâmetro na extremidade mais grossa da tora (cm).

O tempo de aplicação das fórmulas do método centroide e de Newton é o mesmo, porém no primeiro caso é necessário uma calculadora de bolso para determinação da posição centroide da tora ainda em campo (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2009).

2.4.6 Sobreposição de seções de Bailey

Caso o diâmetro final da ponta seja igual a zero o volume será calculado pela fórmula do cone, se não, utiliza-se a fórmula de Smalian (v_1). Na sequência, é calculado um volume combinando a última seção e a imediatamente inferior utilizando a fórmula de Newton (V_1). O volume da seção imediatamente inferior (v_2) é então obtido subtraindo v_1 de V_1 . O volume V_2 é calculado combinando a segunda e a terceira seções através da fórmula de Newton e o volume da terceira seção (v_3) pela diferença entre V_2 e v_2 . Esse procedimento é realizado até a base do fuste e sempre que as seções apresentarem tamanhos diferentes deve ser utilizado a fórmula generalizada de Newton (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2009).

Fórmula geral para o cálculo do volume pelo método de Bailey:

$$V_t = v_1 + v_2 + v_3 + v_i$$

em que:

$$v_2 = (V_1 - v_1);$$

$$v_3 = (V_2 - v_2);$$

$$v_i = (V_{i-1} - v_{i-1}).$$

sendo:

V_t = volume total da árvore;

v_1 = volume da ponta calculado a partir da fórmula de Smalian ou do cone;

V_1 = volume da ponta mais o volume da seção imediatamente inferior;

v_2 = volume da seção imediatamente inferior a ponta;

V_2 = volume de v_2 mais a seção subsequente;

v_3 = volume da seção logo abaixo da seção correspondente a v_2 ;

v_i = volume da i -ésima seção.

2.4.7 Fórmula de Hossfeld

É considerado um dos métodos mais simples para a cubagem de árvores. Esta cubagem é acurada para paraboloides ordinárias e cones, porém leva a erros em caso de cubagem de neiloide (GOMES, 1957, citado por MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2009). Os resultados de volume obtidos por este método são semelhantes aos obtidos pelo método de Pressler (SILVA e PAULA NETO, 1979).

Consiste na aplicação da seguinte fórmula:

$$V_t = \frac{3}{4} g_{1/3} H_t$$

em que:

V_t = volume total;

$g_{1/3}$ = área transversal a 1/3 da altura total;

H_t = altura total da árvore.

2.5 Amostragem na Cubagem Rigorosa

A utilização de amostragem na Engenharia Florestal como subsídio na tomada de decisão é prática comum. Como as populações florestais são geralmente extensas, de difícil acesso e o tempo disponível para a realização dos levantamentos quase sempre é escasso, os inventários estão vinculados à aplicação de procedimentos estatísticos de amostragem (PÉLLICO NETTO e BRENA, 1997). Estes procedimentos consistem na mensuração de variáveis de um conjunto de indivíduos e suas informações utilizadas para estimar os parâmetros da população. O conjunto é denominado amostra e cada indivíduo presente na amostra é chamado de unidade amostral (HUSCH *et al.*, 2003). Na cubagem rigorosa cada árvore é uma unidade amostral que compõe a amostra.

2.5.1 Estratificação da floresta

A intensidade amostral necessária para estimativas de parâmetros de maneira a atender a um erro amostral preestabelecido, será tanto maior quanto mais variável for a população em relação à variável de interesse e, conseqüentemente, maiores serão os custos. Assim, se uma população for dividida em estratos onde a variável de interesse seja menos dispersa, pode-se obter estimativas mais precisas com amostras menores (PÉLLICO NETTO e BRENA, 1997).

O volume de uma árvore é totalmente dependente de sua forma. Árvores com mesmo diâmetro e altura podem apresentar volumes distintos dependendo da forma de cada uma (CAMPOS e LEITE, 2013). Scolforo e Thiersch (2004) citam a espécie, idade, desbaste, posição sociológica, espaçamento, podas, herdabilidade e qualidade de sítio como fatores que

influenciam na forma da árvore e conseqüentemente no seu volume. Tais fatores devem então ser considerados na estratificação da população visando homogeneizar a variável de interesse, no caso da cubagem rigorosa, o volume.

Scolforo e Thiersch (2004), recomendam que em plantações florestais a cubagem rigorosa pode ser realizada por idade, grupo de idade ou por estratos. As classes diamétricas podem ser consideradas diferentes estratos. A cubagem pode ser no mínimo realizada em locais com diferentes índices de sítio. De acordo com Campos e Leite (2013), para maior exatidão nas estimativas volumétricas de Eucalipto e Pinus as equações devem ser ajustadas considerando fatores como espécie, espaçamento, idade e regime de corte. Tais fatores serão então utilizados na estratificação da floresta e em cada estrato serão cubadas árvores cujo o volume subsidiará o ajuste das equações de volume. Desde que a espécie seja controlada, pode-se reunir diferentes idades na mesma região, diminuindo o número de equações ajustadas sem perda de precisão (SCOLFORO e THIERSCH, 2004).

Guimarães e Leite (1996), no estudo da influência do número de árvores na determinação de equações de volume de *Eucalyptus grandis* realizou a cubagem das árvores considerando somente as classes diamétricas no agrupamento das árvores. O mesmo foi realizado por Leal *et al.* (2015), também na amostragem de árvores de *Eucalyptus* para estimativa de modelos volumétricos. Já Pelissari *et al.* (2011), considerou duas diferentes espécies de *Pinus* e desconsiderou as diferentes classes diamétricas, no ajuste de modelos volumétricos para *Pinus* tropicais .

Scolforo e Thiersch (2004) e Campos e Leite (2013), aconselham que as classes diamétricas devem ser sempre consideradas na cubagem afim de garantir melhor representatividade da variação de diâmetro e da forma das árvores.

2.5.2 Definição do número de árvores a serem cubadas

Antes de definir o número de árvores que serão cubadas, deve-se ter uma ideia da distribuição diamétrica da população considerada independente do método a se aplicar (SCOLFORO e THIERSCH, 2004). Para plantações florestais pode-se definir empiricamente um número mínimo de 30 árvores por idade, por grupo de idades ou por estrato. Porém, o número de árvores amostradas em cada classe dependerá da amplitude das mesmas (Tabela 3), assim, quanto maior a variabilidade do diâmetro ou a diferença entre o maior e o menor diâmetro, maior o número de árvores a serem cubadas (SCOLFORO e THIERSCH, 2004). Campos e Leite (2013), sugerem para o ajuste de modelos volumétricos para pinus e eucalipto um valor entre 100 e 150 árvores com mesma frequência nas classes diamétricas e com árvores colhidas em toda a população, de maneira que esta seja bem representada.

Tabela 3: Sugestão de árvores a serem cubadas por classe diamétrica/idade para floresta equiânea. Fonte: Scolforo e Thiersch (2004).

Amplitude das classes de diâmetro	Número de árvores cubadas
2 cm	4 a 5 árvores/classes de diâmetro
3 cm	5 a 7 árvores/classes de diâmetro
5 cm	8 a 10 árvores/classes de diâmetro

Os valores para floresta inequiânea podem ser observados na Tabela 4. Quando a equação de volume é ajustada para um “mix” de espécies, o número de árvores a serem cubadas será proporcional a densidade relativa (DR) das espécies (SCOLFORO e THIERSCH, 2004).

Tabela 4: Sugestão de árvores a serem cubadas por classe diamétrica para floresta inequiânea.
Fonte: Scolforo e Thiersch (2004).

Amplitude das classes de diâmetro	Número de árvores
3 cm	8
5 cm	10 a 20
10 cm	mais de 20

Outro método para determinar a intensidade amostral para cubagem é baseado no conceito de amostra piloto, onde é amostrado um pequeno número de árvores para se obter uma medida da variabilidade do volume entre as árvores que compõe a população, a qual pode ser realizada de duas formas (SCOLFORO e THIERSCH, 2004). No primeiro caso, a amostra piloto é selecionada de forma aleatória sem considerar as diferentes classes diamétricas. Assim, a variabilidade será alta pois tanto árvores grandes, quanto médias e pequenas compõe a mesma. No segundo caso amostra-se de 3 a 4 árvores por classe diamétrica, obtendo-se uma medida da variabilidade da variável volume em cada classe. Posteriormente é feito o cálculo e recálculo da intensidade amostral em nível de classe, até a estabilização do número de árvores a serem cubadas (SCOLFORO e THIERSCH, 2004). A medida de variabilidade utilizada neste método é o coeficiente de variação e a formulação matemática para determinar o número ótimo de árvores é demonstrada por Scolforo e Mello (2006), a seguir apresentada:

Fórmula para determinação da intensidade amostral:

$$n = \frac{t^2 CV\%^2}{E\%^2}$$

onde:

$$CV\% = \frac{s}{\bar{x}} 100$$

sendo:

n = número de árvores a serem cubadas;

t = valor de t de Student tabelado em função do nível de significância e dos graus de liberdade;

$E\%$ = erro de amostragem admitido, em porcentagem;

$CV\%$ = coeficiente de variação da amostra piloto;

s = desvio padrão amostral do volume;

\bar{x} = média amostral do volume.

O erro de amostragem ($E\%$) é a distância máxima que se deseja entre o valor estimado e o valor paramétrico a um determinado nível de probabilidade α e $n-1$ graus de liberdade em relação à média. Scolforo e Thiersch (2004), recomendam um valor máximo de erro de 10% com um α igual a 0,05 de probabilidade.

Para melhor representatividade da variação de diâmetro e da forma da árvore da população, as árvores amostras devem ser cubadas na mesma frequência em todas as classes diamétricas (CAMPOS e LEITE, 2013). De acordo com Scolforo e Thiersch (2004) é comum realizar a cubagem com o mesmo número de árvores em cada classe diamétrica.

Guimarães e Leite (1996) verificaram a influência do número de árvores no desempenho de equações ajustadas a partir do modelo de Schumacher e Hall (1933) para eucalipto e

concluíram que ajustes feitos com números inferiores a 100 árvores apresentam grande probabilidade das equações serem tendenciosas. As equações ajustadas com 150 árvores apresentaram similaridade com aquelas ajustadas com 500, evitando a amostragem de um número excessivo de árvores que implicam em um elevado custo e tempo para a realização do trabalho.

Em estudo visando a redução do número de árvores na cubagem rigorosa, Leal *et al.* (2015) afirmaram que o número de árvores não foi fator determinante para melhoria da precisão na estimativa do volume. Os modelos ajustados foram de Schumacher e Hall linearizado, Spurr e Kopezky-Gehhardt. Eles concluíram que 8 árvores por classe diamétrica são suficientes para a realização dos ajustes dos modelos para estimativa do volume de *Eucalyptus urophylla*.

O tamanho da amostra na cubagem irá afetar diretamente nos custos operacionais das empresas, sendo tão mais caros quanto for maior a amostra. Binoti *et al.* (2013) apresentam um custo médio de R\$ 23,28 reais por árvore de eucalipto, apenas referente a coleta de dados para cubagem.

2.6 Modelagem Volumétrica

A determinação do volume, por ser uma variável de difícil obtenção, pode implicar em custos elevados. Conseqüentemente, é comum a aplicação de modelos matemáticos que relacionam outras variáveis de fácil mensuração para a sua estimativa. De acordo com Scolforo e Thiersch (2005), esses modelos podem ser de simples entrada, quando somente uma variável é utilizada para estimar o volume. Nesse caso, em geral é utilizado o diâmetro a 1,30 m do solo (dap) (Tabela 5). Outra possibilidade são os modelos de dupla entrada, ou seja, quando duas variáveis são utilizadas para explicar o comportamento do volume. Nesse caso, utiliza-se o dap e a altura (Tabela 6), esses modelos são os mais aplicados na estimativa do volume.

Tabela 5: Modelos volumétricos de simples entrada para árvores individuais. Fonte: Scolforo e Thiersch (2005)

Autor	Modelos
Kopezky-Gehhardt	$V = \beta_0 + \beta_1 dap^2 + \varepsilon_i$
Dissescu-Meyer	$V = \beta_1 dap + \beta_2 dap^2 + \varepsilon_i$
Hohenadl-Krenm	$V = \beta_0 + \beta_1 dap + \beta_2 dap^2 + \varepsilon_i$
Berkhout	$V = \beta_0 dap^{\beta_1} + \varepsilon_i$
Husch	$Ln(V) = \beta_0 + \beta_1 Ln(dap) + Ln(\varepsilon_i)$
Brenac	$Ln(V) = \beta_0 + \beta_1 Ln(dap) + \beta_2 \left(\frac{1}{dap}\right) + Ln(\varepsilon_i)$

Onde: V – volume; dap – diâmetro a 1,30 m do solo; β_i – parâmetros da equação; Ln – logaritmo neperiano; ε_i – erro da estimativa.

Tabela 6: Modelos volumétricos de dupla entrada para árvores individuais. Fonte: Scolforo e Thiersch (2005)

Autor	Modelos
Spurr	$V = \beta_0 + \beta_1 dap^2 H + \varepsilon_i$
Schumacher-Hall	$V = \beta_0 dap^{\beta_1} H^{\beta_2} + \varepsilon_i$
Honner	$V = dap^2 / (\beta_0 + \beta_1 (1/H)) + \varepsilon_i$
Ogaya	$V = dap^2 (\beta_0 + \beta_1 H) + \varepsilon_i$
Stoate (australiana)	$V = \beta_0 + \beta_1 dap^2 + \beta_2 dap^2 H + \beta_3 H + \varepsilon_i$
Naslund	$V = \beta_1 dap^2 + \beta_2 dap^2 H + \beta_3 dapH^2 + \beta_4 H^2 + Ln(\varepsilon_i)$
Takata	$V = (dap^2 H) / (\beta_0 + \beta_1 dap) + \varepsilon_i$
Spurr (logarítmica)	$Ln(V) = \beta_0 + \beta_1 Ln(dap^2 H) + Ln(\varepsilon_i)$
Meyer	$V = \beta_0 + \beta_1 dap + \beta_2 dap^2 + \beta_3 dapH + \beta_4 dap^2 H + \beta_5 H + \varepsilon_i$

Onde: V , dap , β_i , Ln e ε_i – definidos anteriormente; H – altura total da árvore.

O modelo de Schumacher-Hall é o mais difundido para a estimativa do volume, devido a suas propriedades estatísticas, que quase sempre resultam em estimativas não tendenciosas (CAMPOS e LEITE, 2013). Leal *et al.* (2015) comparou o ajuste dos modelos de Spurr e Kopecky-Gehhardt com o modelo de Schumacher e Hall (1933) e concluíram ser este último superior aos demais na estimativa do volume de *Eucalyptus* nas características estudadas.

Para a estimativa de volume de árvores de *Mimosa scabrella* Benth., com diâmetros superiores a 6 cm, Machado *et al.* (2008) recomenda a utilização do modelo de Schumacher e Hall (1933) por ter apresentado desempenho superior aos demais testados. Este mesmo modelo também teve desempenho satisfatório na estimativa de volume total com casca em regiões do cerrado de Minas Gerais (RUFINI, 2010).

2.7 Identidade de Modelo

Diferentes autores propuseram metodologias para testes de identidade de modelos como por exemplo Chow (1960), Graybill (1976) citado por Roveda (2014), Regazzi (1993, 1996, 2003), Dette e Neumeyer (2001), Leite e Oliveira (2002), Neumeyer e Dette (2003), Regazzi e Silva (2010). Dentre esses testes o mais aplicado na área florestal é o de Graybill (QUEIROZ *et al.* 2008). O teste consiste em comparar estatisticamente pelo teste F da análise de variância (Tabela 7) a diferença entre o total das somas dos quadrados da regressão de cada conjunto de dados individualmente (modelo completo) e a soma dos quadrados da regressão do conjunto total dos dados (modelo reduzido) (GRAYBILL, 1976 citado por QUEIROZ, 2006; ROVEDA, 2014).

Tabela 7: Análise de Variância para teste de identidade de modelos proposto por Graybill.
Fonte: Queiroz (2006).

Fonte de Variação	GL	SQ	QM	F
Modelo completo	(C*p)	SQ _(completo)		
Modelo reduzido	p	SQ _(reduzido)		
Diferença para testar hipótese	(C-1)p	SQ _(completo) -SQ _(reduzido)	SQ _(diferença) /(C-1)p	QM _(diferença) / QM _(reduzido)
Resíduos	N-(C*p)	SQ _(Total) -SQ _(completo)	SQ _(reduzido) /N-(C*p)	
Total	N	SQ Total		

sendo:

GL = grau de liberdade;

SQ = soma dos quadrados;

QM = quadrado médio;

F = teste f;

C = número de classes

p = número de parâmetros do modelo reduzido

N = número de observações do modelo completo.

As hipóteses testadas são:

H₀: Os parâmetros estimados pelo modelo completo não se difere dos parâmetros estimados pelo modelo reduzido.

H₁: Rejeita-se H₀.

Sempre que o valor de F_(calculado) for maior que o valor de F_(tabelado) para alfa de probabilidade e n-1 graus de liberdade, o teste é significativo e rejeita-se a hipótese nula. Sendo assim, a soma dos quadrados dos resíduos feito para cada classe difere da soma dos quadrados dos resíduos feito para o conjunto total dos dados (QUEIROZ *et al.*, 2008; CAMOLESI *et al.*, 2010). Quando o teste for significativo a um α de probabilidade, o modelo deve ser ajustado para cada classe considerada, quando não significativo uma única equação pode ser ajustada para o conjunto total dos dados.

Queiroz *et al.* (2008) avaliaram a possibilidade de agrupar diferentes classes de idade (6-9;10-12;13-15;16-19) utilizando três modelos de afilamento para *Mimosa scabrella* Bentham, pelo método de Graybill (1976). As idades foram combinadas entre si e feita a comparação das somas de quadrados da regressão. Em todos os modelos avaliados, as duas maiores classes de idade puderam ser representadas por somente uma equação.

Camolesi *et al.* (2010) testaram a possibilidade de ajustar uma única equação para estimar o volume total de madeira com e sem casca e o número de moirões de candeia para três municípios em Minas Gerais. Para as variáveis volume total, volume com e sem casca foi possível agrupar dois dos três municípios, já para o número de moirões não foi possível nenhuma junção. Rufini *et al.* (2010) avaliaram a possibilidade de modular o comportamento do volume total e de fuste com e sem casca da candeia de três regiões em Minas Gerais, com apenas uma equação e concluíram que em duas delas, o comportamento das variáveis são semelhantes, sendo possível agrupá-las. Ambos os estudos também utilizaram do método proposto por Graybill (1976). Araújo *et al.* (2012) aplicou o teste de Graybill, para avaliar a possibilidade de aplicar uma única equação, na estimativa da altura em função do diâmetro de candeia em diferentes idades e espaçamento e constatou não ser possível.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Fonte dos Dados

Os dados utilizados no presente estudo foram fornecidos por uma empresa do setor florestal, localizada no estado de Minas Gerais. São dados provenientes da cubagem rigorosa de 1.017 árvores de diferentes clones de eucalipto, distribuídas em 8 classes diamétricas com amplitude de 2,5 cm (Figura 3), em idades que variaram de 1,5 a 4,5 anos, nos espaçamentos 3,0 m x 2,5 m e 3,5 m x 2,5 m, localizados em duas fazendas diferentes para contemplar as condições de sítio.

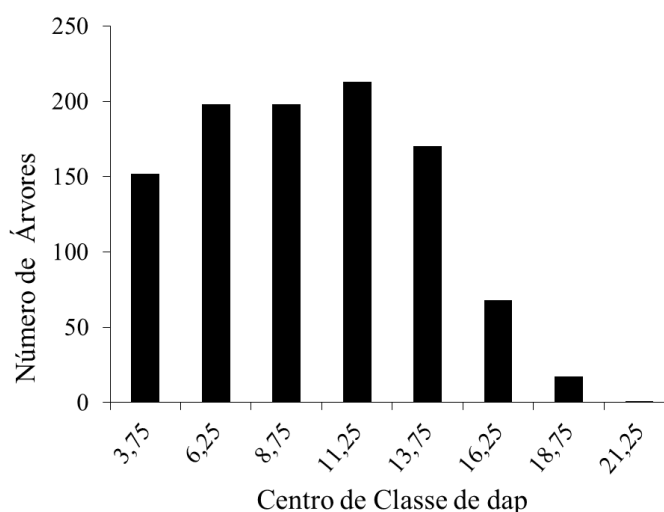
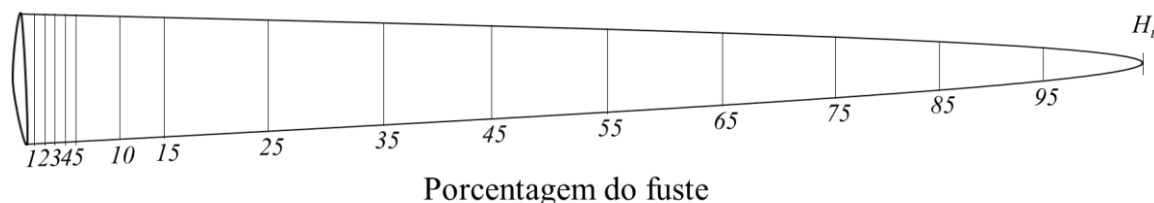


Figura 3: Frequência das 1.017 árvores cubadas por classe diamétrica

3.2 Cubagem Rigorosa

O procedimento usual da empresa para a realização da cubagem rigorosa, consiste na seleção de árvores por classe de dap e na definição do comprimento da seção com base na altura relativa. As posições de medições dos diâmetros estão definidas na Figura 4.



Onde: H_t – Altura total

Figura 4: Posições de medições dos diâmetros das seções tomados em porcentagens relativa à altura total da árvore

Para a determinação do volume individual foi considerado o método de Smalian (Equação 1). O volume da ponta foi obtido pela fórmula do cone (Equação 2).

$$v = \left(\frac{g_1 + g_2}{2} \right) l \quad \text{Eq. 1}$$

$$v_p = \frac{g_n l_p}{3} \quad \text{Eq. 2}$$

em que:

v = volume da seção (m³);

v_p = volume da ponta (m³);

g_1 = área transversal na base da tora (m²);

g_2 = área transversal no topo da tora (m²);

g_n = área transversal da base da ponta (m²);

l = comprimento da tora (m);

l_p = comprimento da ponta (m).

3.3 Critérios de Estratificação na Cubagem Rigorosa

Atualmente, a empresa adota como critério de seleção de árvores para a cubagem rigorosa, a estratificação por região, fazenda, espécie e idade do povoamento. Contudo, o número de árvores cubadas, por classe de dap, não leva em consideração a suficiência amostral e a eficiência da equação volumétrica. Dessa forma, foram definidos inicialmente, diferentes critérios de estratificação, com base em fatores como a região, fazenda, espécie, idade e espaçamento (Tabela 8). Embora a região no presente trabalho seja apenas uma, ela foi considerada pois pode ser diferencial em outros estudos. São duas fazendas que contém ao todo dez clones, estes se encontram em quatro idades diferentes, plantados em dois espaçamentos distintos.

Tabela 8: Características consideradas em cada critério utilizado na estratificação da população

CRITÉRIO	FATORES
1	Região e Classe diamétrica
2	Região, Classe diamétrica e Fazenda
3	Região, Classe diamétrica, Fazenda e Espécie
4 (atual)	Região, Classe diamétrica, Fazenda, Espécie e Idade
5	Região, Classe diamétrica, Fazenda, Espécie, Idade e Espaçamento

Independente do critério adotado, a seleção de árvores foi realizada por classe de dap. A região está presente em todos os critérios devido a questões logísticas. O critério 4 corresponde a estratificação aplicada atualmente pela empresa e o critério 1 representa a população sem estratificação.

Os estratos são resultados a partir da combinação dos diferentes fatores considerados em cada critério (Figura 5). Esta figura representa a lógica utilizada na divisão dos estratos do critério 5, que considera todos os fatores de estratificação. O mesmo procedimento foi aplicado para os demais critérios, respeitando os fatores considerados por cada um. O número de estratos gerados por critério é apresentado na Tabela 9.

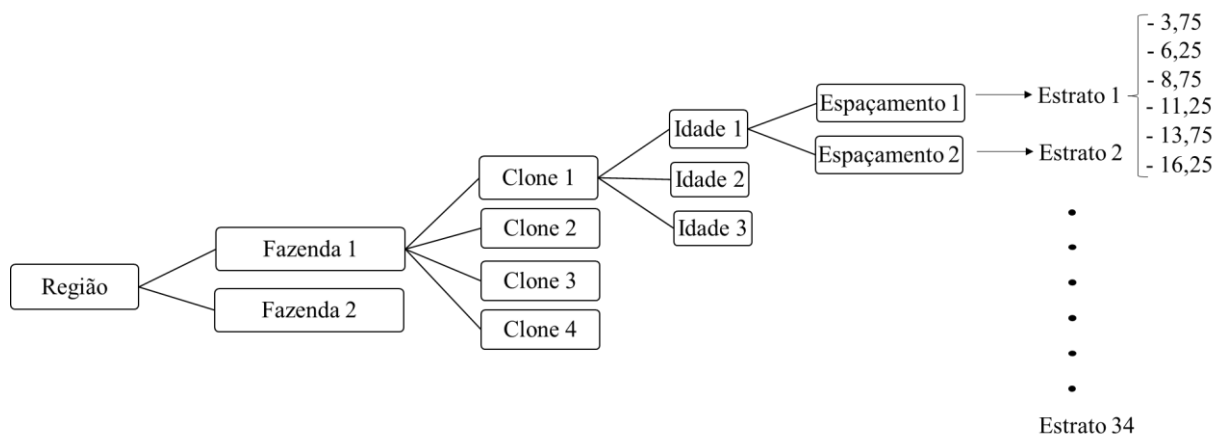


Figura 5: Fluxograma representando a separação dos estratos considerando cada fator de estratificação

Tabela 9: Número de estratos resultantes da combinação dos fatores de estratificação considerado por cada critério

CRITÉRIO	NÚMERO DE ESTRATOS
1	-
2	2
3	18
4 (atual)	34
5	34

3.4 Análise Descritiva por Critério de Estratificação

Em cada critério de estratificação, calculou-se o coeficiente de variação (CV%) por estrato em cada classe diamétrica. Para isso, considerou-se as árvores cubadas em cada classe, de cada estrato, em cada critério, como sendo a amostra piloto. Por fim, calculou-se o CV % médio de cada critério desconsiderando a distribuição das árvores cubadas nas classes diamétricas. Com o objetivo de avaliar o efeito da distribuição diamétrica na variabilidade do volume, foi calculado também um CV% médio para cada critério, considerando a distribuição diamétrica das árvores cubadas. Com isso foi possível avaliar o comportamento da variabilidade à medida que o critério de estratificação torna-se mais rigoroso.

$$CV\% = \frac{s}{\bar{x}} 100$$

onde:

$CV\%$ = coeficiente de variação em porcentagem;

s = desvio padrão da variável;

\bar{x} = média aritmética da variável de interesse.

3.5 Determinação da Intensidade Amostral Ótima

Após a determinação do $CV\%$, calculou-se a intensidade amostral geral para cada critério utilizado na estratificação. Para isso, determinou-se o valor de t de Student tabelado para cada critério considerando uma probabilidade de 95% e um grau de liberdade baseado no total de árvores cubadas (n) chamado de t_1 . A medida de variabilidade dos dados utilizada nos cálculos foi a média aritmética dos $CV\%$ s médios obtidos em cada critério e o erro amostral admitido foi de 10%. Utilizando-se de t_1 , do erro amostral e do $CV\%$ médio foi determinado a intensidade amostral ótima denominada de n_1 . Mantendo a mesma probabilidade, porém utilizando o grau de liberdade referente a n_1 determinou-se t_2 e com base neste o n_2 , o erro e o $CV\%$ médio foram os mesmos valores. Esse processo foi repetido até a estabilização do n (Figura 6), conforme metodologia recomendada por Scolforo e Thiersch (2004).

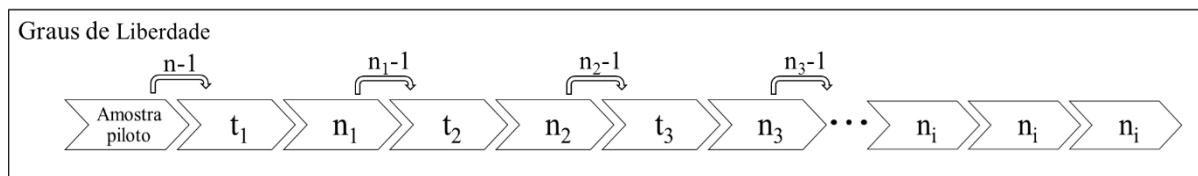


Figura 6: Esquema do cálculo e recálculo da intensidade amostral ótima até sua estabilização

Após a determinação do n ótimo para os critérios de estratificação, foi realizado o mesmo processo descrito a cima para o cálculo da intensidade amostral ideal a nível de classe diamétrica, em cada estrato gerado nos critérios. Nesse caso, utilizou-se o $CV\%$ da respectiva classe diamétrica, contudo o erro amostral considerado também foi 10%. Calculou-se um t_1 de Student a 95% de probabilidade e o grau de liberdade baseado no número de árvores cubadas em cada classe diamétrica em cada estrato. O n_1 foi determinado utilizando t_1 e o $CV\%$ de cada classe e com base no n_1 calculou-se t_2 . O recálculo foi realizado até a estabilização do número de árvores a serem cubadas. A fórmula da intensidade amostral é apresentada a seguir.

$$n = \frac{t^2 CV\%^2}{E\%^2}$$

em que:

$t = t_{\text{tabelado}}$ de Student;

$CV\%$ = coeficiente de variação;

$E\%$ = limite do erro amostral.

Os valores estimados para cada classe de diâmetro em cada estrato foram somados, resultando no número de árvores ideal a serem cubadas em cada critério. Foi calculada a diferença entre esses valores e o número de árvores já cubadas até o momento para avaliar os casos em que já se alcançou a amostragem ótima, se ela já foi superada, ou da necessidade de cubagem.

3.6 Identidade de Modelos

Para avaliar se a estratificação das árvores na cubagem rigorosa influencia no desempenho das equações de volume, em cada critério de estratificação foi ajustado o modelo de Schumacher e Hall (S-H) linearizado para cada estrato individualmente. O critério cinco corresponde aos dados gerais sem nenhuma estratificação e também teve uma equação ajustada.

Modelo logarítmico de Schumacher e Hall:

$$\ln V = \beta_0 + \beta_1 \ln dap + \beta_2 \ln H_t + \varepsilon_i$$

onde:

β_0, β_1 e β_2 = parâmetros a serem estimados;

dap = diâmetro a 1,30 do solo;

H_t = altura total da árvore.

V = volume;

\ln = logaritmo neperiano;

ε_i = diferença dos valores observados e estimados do volume da i -ésima árvore.

Em cada critério foi realizado um teste de identidade de modelos para verificar a possibilidade de que todos os estratos sejam representados por uma mesma equação. Isto é feito por meio de análise de variância, onde se verifica a existência de diferença significativa entre as equações geradas para cada estrato e uma equação geral para o conjunto dos dados. O método utilizado foi o Graybill (1976) conforme citado por Queiroz (2006). Quando o resultado do teste é significativo, rejeita-se a hipótese H_0 e as equações ajustadas para os estratos são estatisticamente diferentes da equação dos dados gerais, sendo necessário o ajuste de uma equação de volume para cada estrato.

As hipóteses testadas foram:

H_0 : Os parâmetros estimados para a equação de cada estrato não diferem estatisticamente dos parâmetros estimados para a equação do conjunto total dos dados.

H_1 : Contrária à H_0 .

O teste é significativo quando $F_{\text{calculado}}$ for superior ao F_{tabelado} com 95% de probabilidade e nesse caso rejeita-se H_0 . O melhor critério foi escolhido com base no menor número de estratos gerados e no número de árvore ótimas a serem cubadas, conferindo menores custos de cubagem, desde que a estratificação não afetasse no desempenho das equações de volume. A qualidade do ajuste foi avaliada por meio do coeficiente de determinação (R^2), erro padrão da estimativa (S_{yx}) em porcentagem e distribuição gráfica dos resíduos.

Nos critérios onde uma equação geral não pode representar o conjunto total de equações foi feito um agrupamento dos estratos com número de observações semelhantes. Buscou-se manter a diferença entre o maior valor e o menor valor (amplitude total) semelhante entre os grupos. Após isso, ajustou-se uma equação para cada grupo (modelo reduzido) e aplicou-se o teste de identidade de modelo. O teste tinha o objetivo de avaliar a possibilidade de uma equação geral ajustada por grupo, representar todas as equações ajustadas para cada estrato que o compunha.

A tabulação dos dados, análise descritiva e divisão dos estratos foi realizada em planilhas eletrônicas. Os ajustes das equações de volume e as análises de variância para o teste de identidade de modelos foram processadas no software estatístico R.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A frequência de árvores cubadas e a estimativa do número ótimo de árvores a serem cubadas por classe de diâmetro para a população em geral, sem considerar nenhuma estratificação (critério 1) é apresentado na Figura 7. Aproximadamente 60% das árvores cubadas se encontram em apenas três classes de diâmetro (6,25, 8,75 e 11,25). A mais bem representada foi a classe 11,25 com 213 indivíduos cubados, a de maior diâmetro teve somente uma árvore, representando 0,098% do total. Isso pode ter ocorrido devido a poucas árvores terem alcançado as classes maiores em função da idade dos plantios. Percebe-se que o número ótimo estimado de árvores é inferior ao já realizado, indicando que a suficiência amostral foi alcançada na maioria das classes de diâmetro. Porém, é necessário avaliar se o valor da intensidade amostral estimada em cada classe não interfere no desempenho das equações de volume.

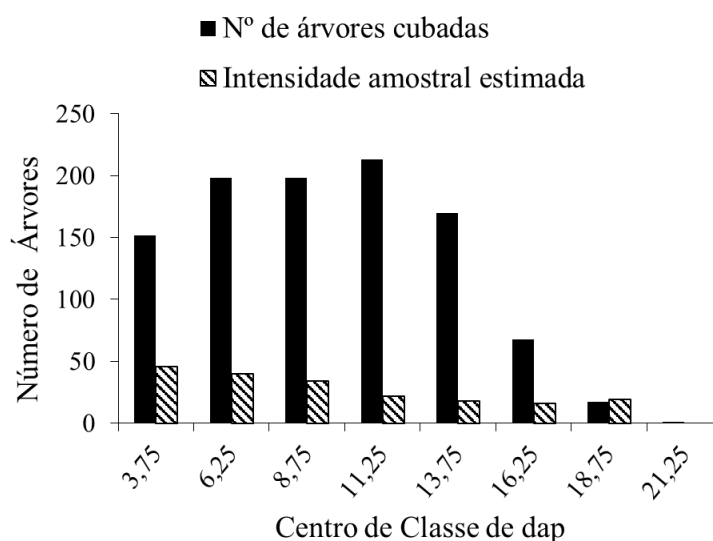


Figura 7: Número de árvores cubadas e estimadas por classe diamétrica desconsiderando a estratificação

Para esse caso, é necessário realizar uma amostragem maior nas classes de maior diâmetro com o objetivo de melhorar a representatividade da população.

O número de árvores amostras cubadas superou em quase todas as classes de diâmetros o número de árvores estimado (Figura 7). Somente na classe 18,75 será necessário a cubagem para alcançar a amostragem ótima. Devido a amostra piloto na classe 21,25 ter apresentado somente uma árvore, não foi possível calcular o CV% e conseqüentemente não foi estimado o número de árvores a serem cubadas nessa classe.

A Figura 8 mostra o CV% médio dos estratos por critério sem levar em conta as classes diamétricas. O valor de CV% da população como um todo foi de 89,56, esse valor não considera nenhuma estratificação e a distribuição das árvores cubadas nas classes de diâmetro. Pode-se observar uma tendência do CV% médio diminuir conforme a estratificação torna-se mais rigorosa. Do critério 1 para o 2, o decréscimo se deu ao considerar as diferentes fazendas na estratificação. Do 2 para o 3, além das fazendas foram considerados os diferentes clones e no 4 as diferentes idades em que cada um ocorria. Os valores de 4 e 5 foram iguais por apresentarem os mesmos estratos. Nesse caso o fator considerado além dos demais foi o espaçamento.

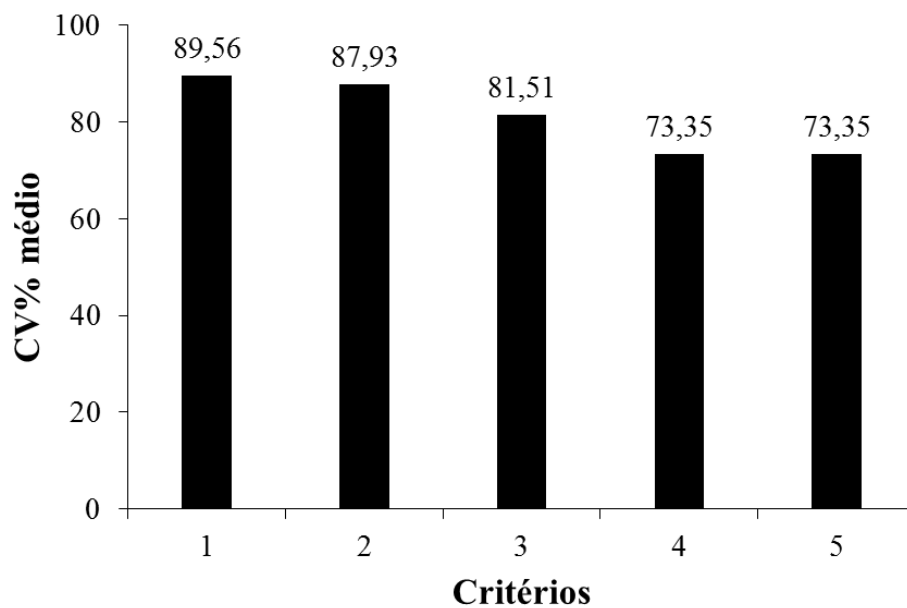


Figura 8: CV% médio dos estratos por critério de estratificação sem considerar as classes diamétricas

Ao ser considerada as classes diamétricas em cada estrato para o cálculo do CV% médio (Figura 9), observou-se uma redução nos valores quando comparados com os apresentados na Figura 8, o que demonstra a importância de se considerar as classes de diâmetro na amostragem para a cubagem, pois captam melhor a variação da população.

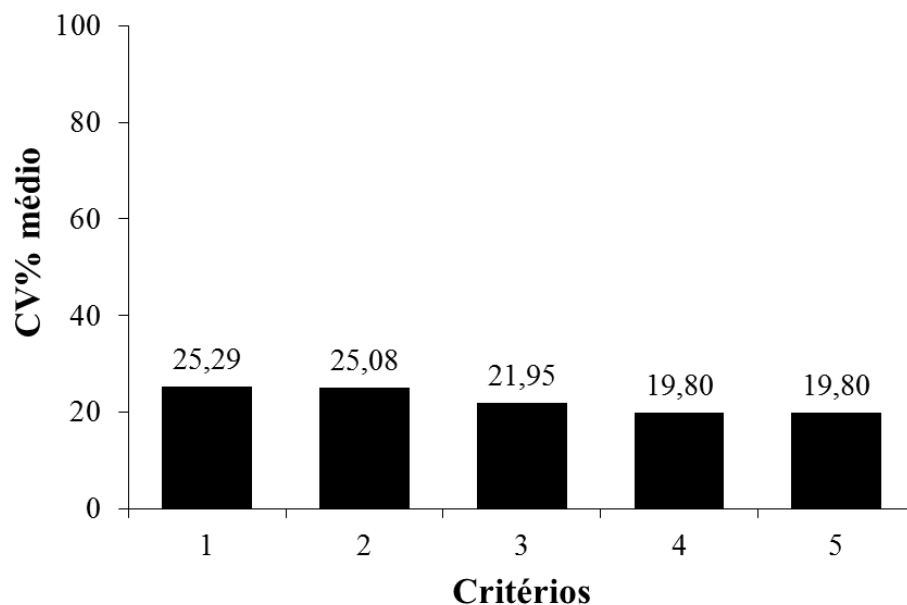


Figura 9: Valores de CV% médio dos estratos considerando as classes diamétricas para cada critério de estratificação

Os valores de CV% médio dos estratos considerando as classes diamétricas dos critérios 1 e 2 não apresentaram grande diferença. Ao se considerar as classes diamétricas houve uma melhor representatividade, assim, a estratificação considerando as fazendas não apresentou um ganho na redução de variabilidade, podendo então ser desconsiderada para essa situação.

Quanto mais rigorosa foi a estratificação menor foi o CV% médio em ambas as situações considerando ou não as classes diamétricas. Esta tendência também foi encontrada por Péllico Netto e Sanquetta (1994), que constataram a redução do erro padrão da média volumétrica de eucalipto, quanto mais estratificada foi a população. Uma maior estratificação da população resulta em estratos com menor variabilidade em relação a variável de interesse. Como o valor de CV% final nos dois casos é uma média dos CV's% dos estratos, este será tão menor quanto mais homogêneo for cada estrato.

As estimativas de n ótimo foi maior quando calculado a partir do CV% médio sem considerar as classes diamétricas do que quando estas foram consideradas no cálculo (Tabela 10). Nos dois casos observa-se também que quanto mais rigoroso o critério menor a intensidade amostral pois o CV% reduz quanto mais rigorosa é a estratificação.

Tabela 10: Total do número de árvores estimados (n) por critério com base no CV% por classe diamétrica e baseado no CV% médio dos estratos considerando e não as classes diamétricas

Critério	n (CV% médio por estrato s/ classes diam.)	n (CV% médio por estrato c/ classes diam.)	n (CV% por classe diamétrica)
1	311	27	195
2	299	27	370
3	258	21	2.500
4 (atual)	209	18	4.243
5	209	18	4.243

Quando as estimativas de n foram feitas por classe diamétrica considerando o CV% de cada classe, os valores foram muito superiores aos demais (Tabela 10). Além disso, quanto mais estratificada foi a população maiores foram as estimativas, comportamento oposto ao esperado. Isso ocorreu pois ao se estratificar a população em classes de diâmetro, principalmente o CV% das classes menores tiveram valores altos resultando em estimativas maiores. Além disso. Ocorre a redução dos graus de liberdade da classe, o que propicia aumento do valor tabelado de t e, conseqüentemente, aumento da estimativa. O valor final apresentado corresponde ao somatório das classes de todos os estratos e, assim, quanto maior o número de estratos, maior foi o valor de n .

Se considerado o custo com cubagem de R\$ 23,28 reais por árvore como indicado por Binoti *et al.* (2013) e o total de árvores estimadas por classe, por estrato em cada critério, os custos totais resultarão nos valores apresentados na Tabela 11.

Tabela 11: Custo com a cubagem de acordo com o número ótimo de árvores cubadas

Critério	n Estimado	Custo Total (R\$)
1	195	4.539,60
2	370	8.613,60
3	2.500	58.200,00
4 (atual)	4.243	98.777,04
5	4.243	98.777,04

Os valores demonstram o quanto é significativo o custo com este procedimento para as empresas do setor florestal. Reforçando mais uma vez a necessidade de reduzir a intensidade amostral na cubagem, porém, sem deixar de lado os cuidados com a precisão da estimativa das equações de volume que serão geradas. A utilização de um número de árvores amostras pequeno no ajuste de modelos volumétricos pode resultar em equações imprecisas na estimativa. Por outro lado, um número elevado não é recomendado por refletir em aumentos significativos de tempo e custo para as empresas (GUIMARÃES e LEITE, 1996).

Ao se agrupar todas as árvores amostras em apenas dois estratos no critério 2 (Figura 10), aumentou-se as observações nas classes e o CV% homogeneizou-se. Isso resultou em estimativas menores por classe diamétrica. Por conta disso em todas as classes, exceto naquelas em que não se teve nenhuma amostragem, o número de árvores cubadas já atenderam a estimativa.

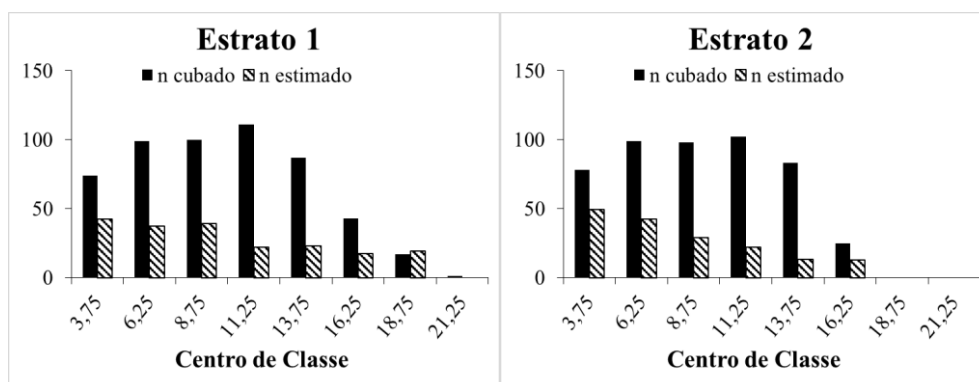


Figura 10: Árvores cubadas e estimadas por classe diamétrica em cada estrato do critério 2

A partir da estratificação considerando o critério 3, as árvores foram distribuídas em 18 estratos (Figura 11). Observa-se que em algumas classes não foi possível obter estimativas por não apresentar CV%. Nesse critério todas as estimativas superaram o número de árvores atualmente cubadas.

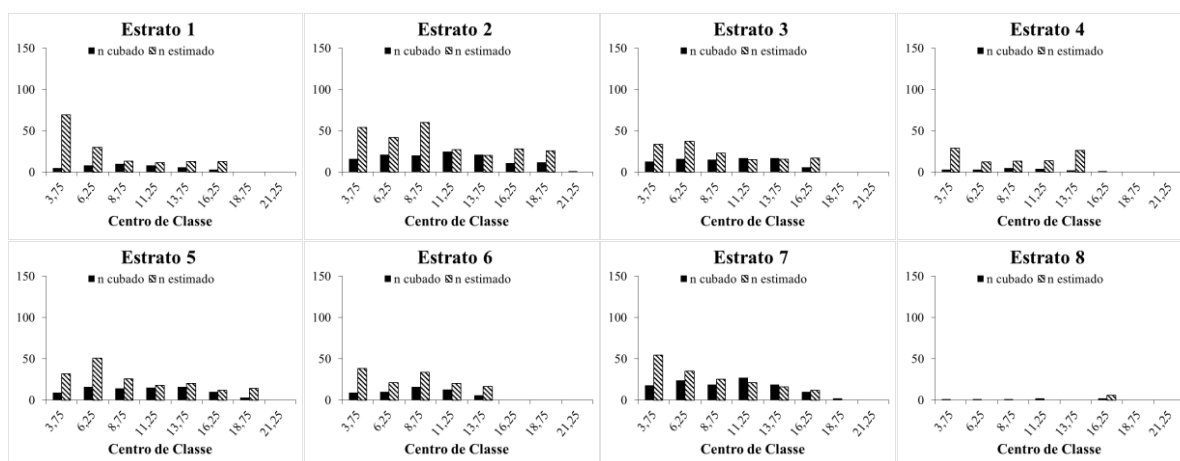


Figura 11: Árvores cubadas e estimadas por classe diamétrica em cada estrato do critério 3

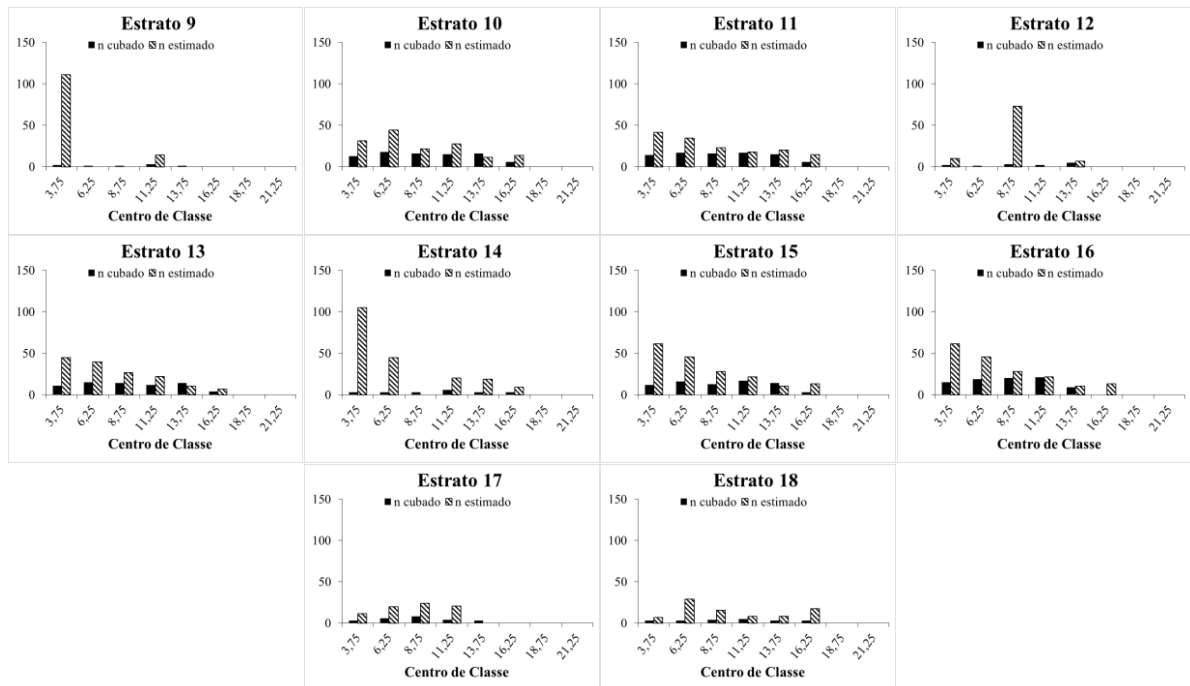


Figura 12: Continuação...

Os critérios de estratificação 4 e 5 resultaram nos mesmos 34 estratos. O fator diferencial entre os dois foi o espaçamento, que nesse caso não influenciou na divisão dos estratos. Esse fato se deu porque a espécie “Pesquisa” ocorre nos espaçamentos 3,5 m x 2,5 m na fazenda Serra Norte e 3,0 m x 2,5 m na Serra Sul. Ao desconsiderar o espaçamento os estratos continuaram separados pelas fazendas. Sendo assim não é necessário considerar o espaçamento como fator de estratificação e o critério 5 pode ser rejeitado. Desta forma, os resultados de ambos os critérios serão discutidos em conjunto por se tratarem dos mesmos estratos.

A Figura 13 apresenta a frequência de árvores cubadas por classe de diâmetro em cada estrato do critério 4 e a estimativa de árvores a serem cubadas. Em praticamente todas as classes dos estratos o número de árvore estimados superaram o número de árvores cubadas. Isso ocorreu porque em razão da estratificação o CV% nessas classes aumentou. As classes que não tiveram árvores cubadas ou em quantidade insuficiente para o cálculo do CV% não apresentaram valores estimados.

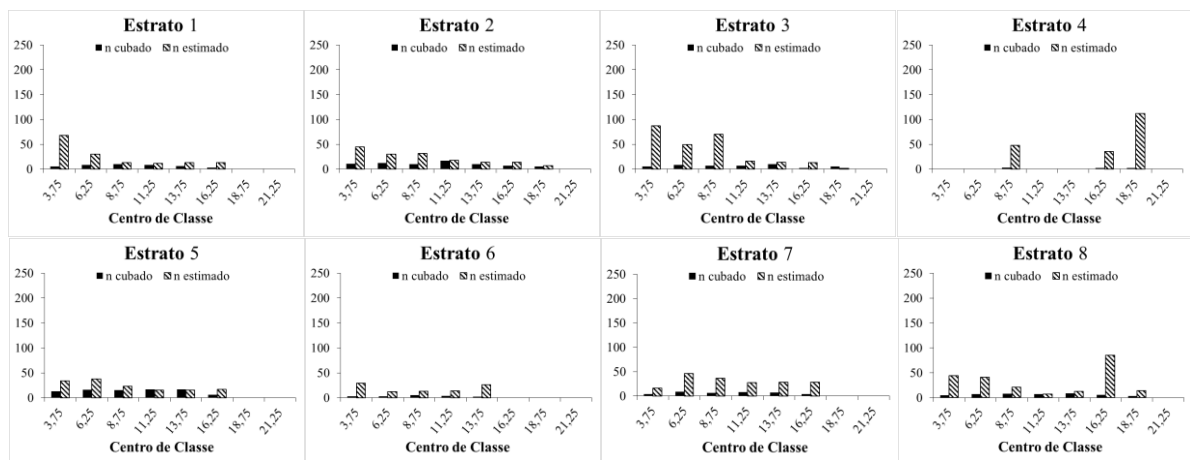


Figura 13: Árvores cubadas e estimadas por classe diamétrica em cada estrato dos critérios 4 e 5

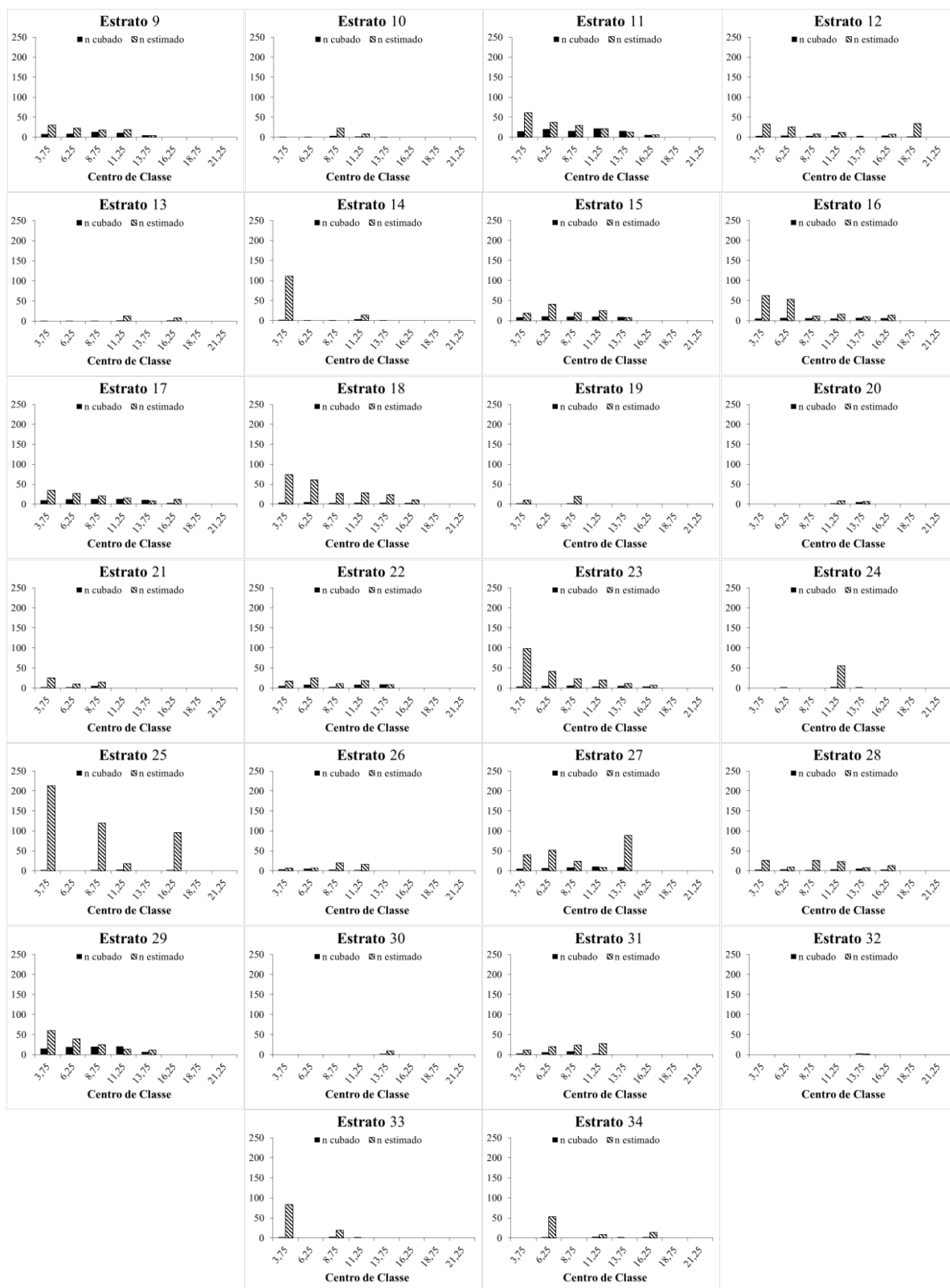


Figura 14: Continuação...

Para todos os critérios o ideal é que nas classes pouco representadas sejam realizadas amostragem piloto para estimar a variância e assim poder calcular o número ótimo de árvores a serem cubadas.

Através do teste de identidade de modelos avaliou-se a possibilidade de que todos os estratos de um critério fossem representado por uma equação geral. A equação geral corresponde àquela ajustada para o critério 1, que não considera nenhum fator de estratificação para agrupamento dos dados. O fator considerado no critério 2 para estratificação foi fazenda, que resultou em dois estratos e, conseqüentemente, duas equações foram ajustadas. Ao se aplicar o teste de identidade de modelo pode-se verificar que as equações ajustadas para cada estrato foram estatisticamente idênticas aquela ajustada para o conjunto geral dos dados a 95% de confiança e 1.014 graus de liberdade (Tabela 12). Assim, poderá ser utilizado a equação geral para a estimativa do volume. Como as fazendas não influenciaram em um ganho de precisão da equação, não é necessário considerá-las na estratificação e rejeita-se o critério 2. Isso pode ser devido as características edafoclimáticas serem semelhantes em ambos os locais.

Tabela 12: Análise de variância para teste de identidade de modelo para o critério 2

Fonte de Variação	GL	SQ	QM	Fc	Ft
Completo	4	10.861			
Reduzido	2	10.858			
Diferença	2	2,4	1,2	0,9842	3,0046
Resíduo	1.011	1.232,7	1,2193		
Total	1.015	12.094			

Os resultados indicaram que não foi possível que somente uma equação representa-se todas as 18 equações ajustadas para o critério 3 (Tabela 13). O mesmo ocorreu com o critério 4 para as 34 ajustadas (Tabela 14). Nos dois casos, o teste foi significativo a 95% de probabilidade e 1.014 graus de liberdade, rejeitando a hipótese de que não existe diferenças entre as equações.

Tabela 13: Análise de variância para teste de identidade de modelo para o critério 3

Fonte de Variação	GL	SQ	QM	Fc	Ft
Completo	36	11.127,3			
Reduzido	2	10.858,9			
Diferença	34	268,4	7,8957	7,9966*	1,4416
Resíduo	979	966,6	0,9874		
Total	1.015	12.094			

*significativo a 95% de probabilidade de 1.015 graus de liberdade

Tabela 14: Análise de variância para teste de identidade de modelo para os critérios 4 e 5

Fonte de Variação	GL	SQ	QM	Fc	Ft
Completo	66	11.437,2			
Reduzido	2	10.858,9			
Diferença	64	578,3	9,0364	13,0571*	1,3222
Resíduo	949	656,7	0,6921		
Total	1.015	12.094			

*significativo a 95% de probabilidade de 1.015 graus de liberdade

Os critérios que apresentaram os fatores que influenciaram na precisão da equação de volume foram 3 e 4. Porém, o número de estratos em ambos os casos foi elevado, isso agregará tempo no processamento dos dados que resultará em aumento de custos. Assim, avaliou-se

quais estratos poderiam ser unidos combinando-os entre si de maneira a reduzir o número de equações ajustadas. Para isso, os estratos foram agrupados em quatro grupos de acordo com o número de observações (Tabela 15). Foi realizado o teste de identidade de modelos para avaliar a possibilidade de que todas as equações de cada estrato dentro do grupo (modelo completo), fossem representadas pela equação ajustada para o grupo.

Tabela 15: Separação dos estratos do critério 3 e 4 em grupos e seus respectivos intervalos de observações

CRITÉRIO	GRUPO	ESTRATOS	INTERVALOS
3	1	2 e 7	119 - 127
	2	3, 5, 10, 11, 13, 15 e 16	70 - 85
	3	1 e 6	40 - 54
	4	4, 8, 9, 12, 14, 17 e 18	7 - 24
4	1	2, 5, 11, 17 e 29	62 - 95
	2	1, 3, 7, 8, 9, 15, 16, 22 e 27	33 - 48
	3	6, 12, 18, 23, 25, 26, 28, 31 e 34	11 - 28
	4	4, 10, 13, 14, 19, 20, 21, 24, 32 e 33	4 - 10

Os resultados do teste de identidade por grupo em cada critério são apresentados na Tabela 16. No critério 4, somente o grupo 1 apresentou não significância no teste, ou seja, todos os estratos neste grupo serão representados por somente uma equação. O teste nos demais grupos foi significativo a 95% de probabilidade e n-1 grau de liberdade. Para os grupos do critério 3 todos os testes foram significativos, não sendo possível o agrupamento dos estratos. Nos casos em que o teste foi significativo as equações devem ser ajustadas por estrato.

Tabela 16: Resultados dos testes de identidade de modelo para os grupos em cada critério a 95% de probabilidade e n-1 grau de liberdade

CRITÉRIO	GRUPO	F _{calculado}	F _{tabelado}	SIGNIFICÂNCIA
3	1	7,8992	3,0331	Sim
	2	6,3585	1,7698	Sim
	3	5,5428	3,0977	Sim
	4	8,5835	1,8523	Sim
4	1	0,8883	1,9625	Não
	2	16,7790	1,6722	Sim
	3	19,4925	1,7104	Sim
	4	19,7641	1,7815	Sim

Assim, para o critério 4 seriam necessárias 29 equações ajustadas após o agrupamento dos estratos do grupo 1. No critério 3, embora não tenha sido possível nenhum agrupamento, ainda apresenta um número menor de estratos, 18, resultando em menos equações. Visando a redução de custos referentes a cubagem e otimização do tempo com o ajuste de equações no processamento, o critério considerado melhor foi o 3. A diferença entre dos dois está no critério 4 considerar a idade na estratificação. De acordo com Scolforo e Thiersch (2004), desde que se controle as espécies é possível agrupar as idades, isso resulta em um número menor de equações sem perda de precisão. No critério 3 essas idades são agrupadas em suas respectivas espécies resultando em menos estratos.

Como as fazendas não tiveram influência na homogeneização dos dados os fatores considerados na formação dos estratos no critério 3 ficaram restritas à região e às espécies, sendo as árvores cubadas por classe diamétricas. Os mesmos fatores também foram utilizados por Oliverira *et al.* (2009) para estratificação da população na cubagem de clones de *Eucalyptus* em Minas Gerais e na Bahia. Porém, se consideradas na separação dos estratos, podem melhorar a representatividade da amostra, pois especializam melhor as coletas de árvores amostras.

Em geral, todos os estratos do critério 3 apresentaram bons ajustes (Tabela 17). O valor máximo do coeficiente de determinação ($R^2_{ajustado}$) foi 0,998 e o mínimo 0,996 e o $S_{yx}\%$ 3,38 e 6,26 respectivamente. Tais valores são semelhantes aos encontrados por Leal *et al.* (2015) no ajuste dos modelos de Schumacher e Hall (1933), Spurr e Kopezky-Gehhardt na estimativa do volume de *Eucalyptus*. Segundo os mesmos autores, o fato dos valores de $S_{yx}\%$ não apresentarem grandes diferenças entre si mostra que o número de árvores não foi determinante na melhoria da qualidade das estatísticas de ajuste dos modelos. Essa afirmativa pode ser confirmada a partir da Figura 15 que mostrou não existir relação entre n e $S_{xy}\%$. Por isso, é necessária a análise da distribuição dos resíduos a fim de detectar possíveis tendências das estimativas.

Tabela 17: Parâmetros estimados e qualidade dos ajustes das equações ajustadas para os estratos do critério 3

Estrato	β_0	β_1	β_2	$R^2_{ajustado}$	$S_{yx}\%$	$F_{calculado}$
1	-9,54804*	1,94589*	0,81080*	0,998	3,38	14969,74*
2	-9,78906*	1,75450*	1,07506*	0,998	4,89	42710,49*
3	-9,64558*	1,86786*	0,91754*	0,998	3,71	22359,67*
4	-8,63654*	2,09370*	0,26191*	0,997	6,16	3548,23*
5	-9,78471*	1,83334*	1,00425*	0,997	5,18	19392,60*
6	-9,47019*	1,79251*	0,91196*	0,997	4,64	8885,26*
7	-9,68694*	1,83302*	0,95900*	0,998	3,90	47471,74*
8	-9,61202*	1,91561*	0,86234*	0,998	5,78	1550,06*
9	-9,30284*	2,02399*	0,60416*	0,998	5,24	2134,63*
10	-9,71128*	1,83116*	0,98143*	0,998	4,06	41012,73*
11	-9,48689*	1,94600*	0,79271*	0,997	5,72	20816,51*
12	-10,21652*	1,64758*	1,34977*	0,998	5,60	4664,57*
13	-9,78448*	1,82518*	1,01103*	0,998	4,33	19275,11*
14	-9,74037*	1,80306*	1,01818*	0,999	4,72	13157,93*
15	-9,69512*	1,74917*	1,04338*	0,996	6,26	12272,09*
16	-9,51459*	1,84352*	0,88296*	0,998	3,91	24765,12*
17	-9,77101*	1,71866*	1,09330*	0,998	4,40	8035,97*
18	-9,83554*	1,71048*	1,13126*	0,998	3,90	7982,71*

* significância a 5%

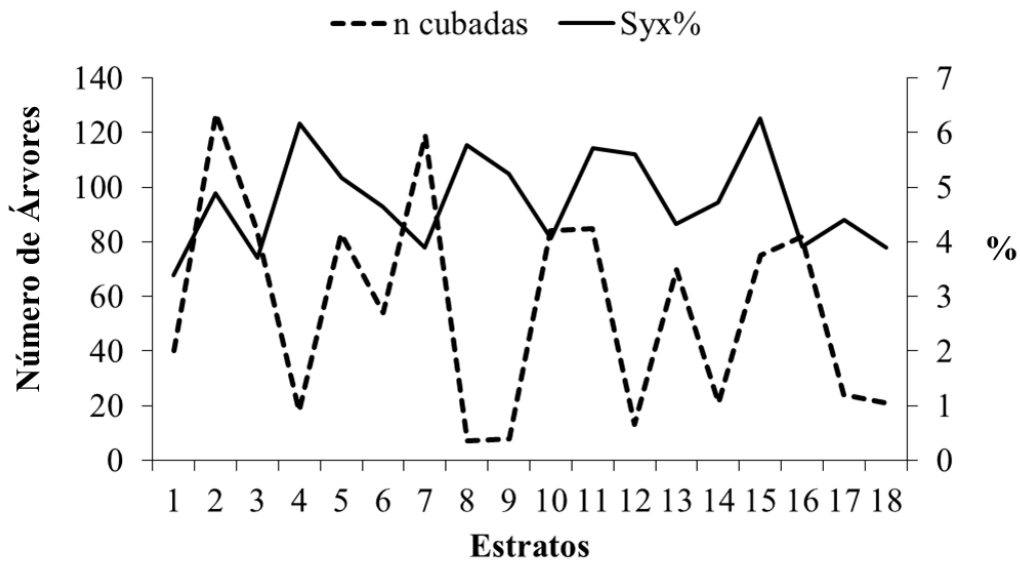


Figura 15: Relação entre número de árvores cubadas (n) e o erro padrão da estimativa ($S_{yx}\%$)

A Figura 16 mostra que para os estratos com maior número de observações, a distribuição gráfica dos resíduos em função do dap tende a ser mais homogênea. Àqueles estratos com poucas observações apresentaram tendências em subestimar ou superestimar o volume. Esse comportamento pode ser observado nos estratos 1, 4, 8, 9, 12, 14, 17 e 18. De acordo com Guimarães e Leite (1996), a estimativa do volume por modelos de dupla entrada tem alta probabilidade de ser tendenciosa quando ajustada com número de observações menores que 100. Nesse caso aconselha-se que nos estratos com amostragem insuficiente seja dada maior atenção durante a cubagem a fim de melhorar a qualidade do ajuste das equações.

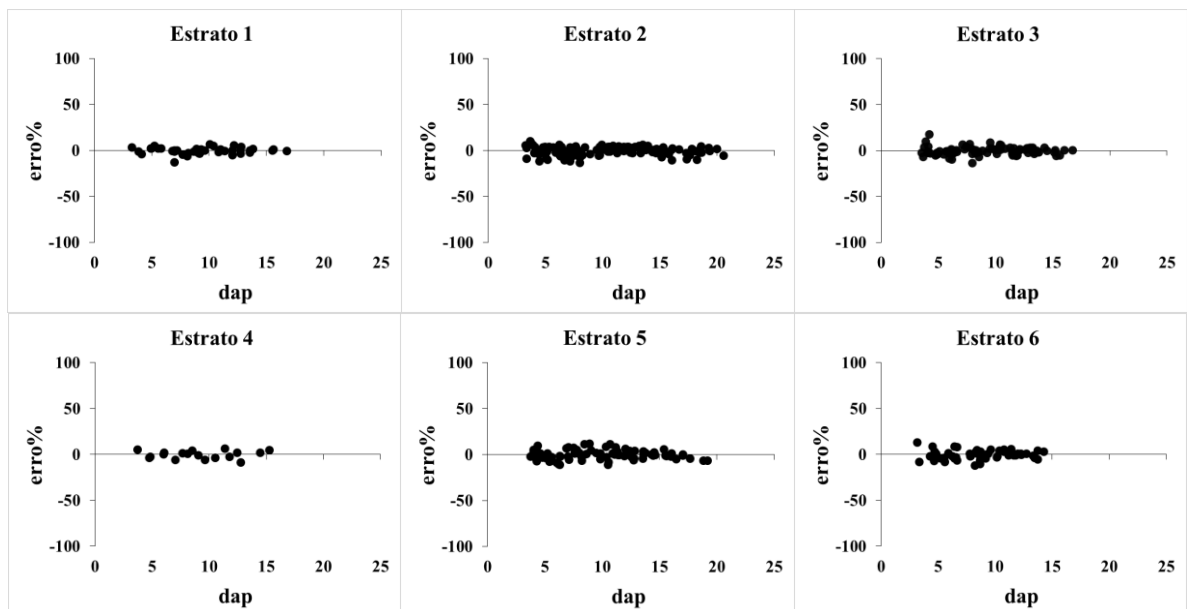


Figura 16: Distribuição dos resíduos em porcentagem de cada estrato do critério 3

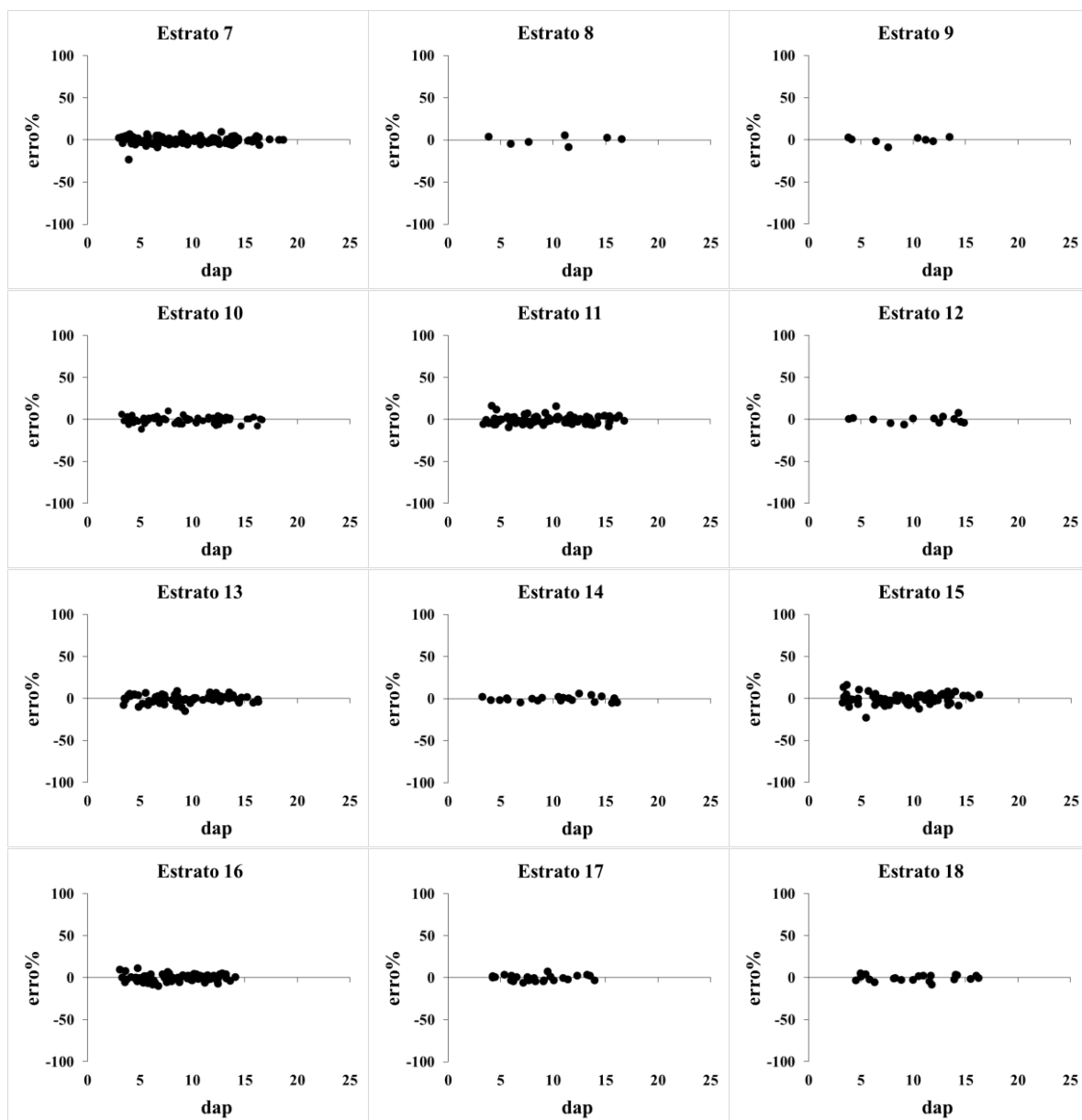


Figura 17: Continuação...

5. CONCLUSÃO

Nas condições desse estudo, no planejamento da cubagem rigorosa da espécie Eucalipto, deve-se realizar a estratificação considerando os fatores região, fazenda e espécie, sendo a cubagem realizada por classe diamétrica. Este critério resulta em menor número de estratos e de árvores a serem cubadas, proporcionando os menores custos, sem prejudicar a precisão das equações de volume.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARAÚJO, E. J. G.; PELISSARI, A. L.; DAVID, H. C.; SCOLFORO, J. R. S.; PÉLLICO NETTO, S.; MORAIS, V. A. Relação hipsométrica para candeia (*Eremanthus erythropappus*) com diferentes espaçamentos de plantio em Minas Gerais, Brasil. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 32, n. 71, p. 257-268, 2012.
- BINOTI, D. H. B.; BINOTI, M. L. M. S; LEITE, H. G.; SILVA, A. Redução dos custos em inventário de povoamentos equiâneos. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, v. 8, n. 1, p. 125-129, 2013.
- CABACINHA, C. D. **Um método para a realização do inventário florestal suprimindo a cubagem rigorosa**. 2003. 166 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras.
- CAMOLESI, J. F.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D.; ACERBI JÚNIOR, F.W.; RUFINI, A. L.; MELLO, J. M. Ajuste, seleção e teste de identidade de modelo para volume e número de moirões da candeia (*Eremanthus erythropappus*). **Cerne**, v. 16, n. 4, p. 431-441, 2010.
- CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração Florestal: Perguntas e Respostas**. 4ª. ed. Viçosa: UFV, 2013. 605 p.
- CHOW, G. C. Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions. **Econometric**, v. 28, n. 3, p. 591-605, 1960.
- DETTE, H.; NEUMEYER, N. Nonparametric analysis of covariance. **The Annals of Statistics**, v. 29, n. 5, p. 1361-1400, 2001.
- DRUSZCZ, J. P.; NAKAJIMA, N. Y.; PÉLLICO NETTO, S.; MACHADO, S. A. Custos de inventário florestal com amostragem de Bitterlich (PNA) e conglomerado em cruz (CC) em plantações de *Pinus taeda* L. **Scientia Forestalis**, v. 40, n. 94, p. 231-239, 2012.
- GOMES, A. M. A. **Medição de Arvoredos**. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1957. 413 p.
- GRAYBILL, F. A. **Theory and application of the linear model**. Belmont: Duxbury, 1976. 704 p.
- GUIMARÃES, D. P.; LEITE, H. G. Influência do número de árvores na determinação de equação volumétrica para *Eucalyptus grandis*. **Scientia Forestalis**, n. 50, p. 37-42, 1996.
- HUSCH, B.; BEERS, T.W.; KERSHAW, JR. J. A. **Forest Mensuration**. 4ª. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2003. 456p.
- LEAL, F. A.; CABACINHA, C. D.; CASTRO, R. V. O.; MATRICARDI, E. A. T. Amostragem de árvores de *Eucalyptus* na cubagem rigorosa para estimativa de modelos volumétricos. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 33, n. 1, p. 91-103, 2015.

LEITE, H. G.; OLIVEIRA, F. H. T. Statistical procedure to test identity between analytical methods. **Communications in Soil Science Plant Analysis**, v. 33, n. 7/8, p. 1105-1118, 2002.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. 2ª. ed. Guarapuava: UNICENTRO, 2009. 316 p.

MACHADO, S. A.; FIGURA, M. A.; SILVA, L. C. R.; TÉO, S. J.; STOLLE, L.; URBANO, E. Modelagem volumétrica para bracinga (*Mimosa scabrella*) em povoamentos da Região Metropolitana de Curitiba. **Pesquisa Florestal Brasileira**, n. 56, p. 17-29, 2008.

MACHADO, S. A.; TÉO, S. J.; URBANO, E.; FIGURA, M. A.; SILVA, L. C. R. Comparação de métodos de cubagem absolutos com o volume obtido pelo Xilômetro para Bracinga (*Mimosa scabrella* Bentham). **Cerne**, v. 12, n. 13, p. 239-253, 2006.

NEUMEYER, N.; DETTE, H. Nonparametric comparison of regression curves: an empirical process approach. **The Annals of Statistics**, v. 31, n. 3, p. 880-920, 2003.

OLIVEIRA, L. T.; FERREIRA, M. Z.; CARVALHO, L. M. T.; FERRAZ FILHO, A. C.; OLIVEIRA, T. C. A.; SILVEIRA, E. M. O.; ACERBI JUNIOR, F. W. Determinação do volume de madeira em povoamento de eucalipto por escâner a laser aerotransportado. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 49, n. 9, p. 692-699, 2014.

OLIVEIRA, M. L. R.; LEITE, H. G.; GARCIA, S. L. R.; CAMPOS, J. C. C.; SOARES, C. P. B.; SANTANA, R. C. Estimação do volume de árvores de clones de Eucalipto pelo método da similaridade de perfis. **Árvore**, v. 33, n. 1, p. 133-141, 2009.

PÉLLICO NETTO, S.; BRENA, D. A. **Inventário Florestal**. Curitiba: Editorado pelos autores, 1997. 316 p.

PÉLLICO NETTO, S.; SANQUETTA, C. R. Determinação do número de estratos em estratificação volumétrica de florestas naturais e plantadas. **Floresta**, v. 24, n. 12, p. 49-58, 1994.

QUEIROZ, D. **Avaliação de funções de afilamento e sortimentos para *Mimosa scabrella* Bentham em povoamentos nativos da região metropolitana de Curitiba/PR**. 2006. 134 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

QUEIROZ, D.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; ARCE, J. E.; KOEHLER, H. S. Identidade de modelos em funções de afilamento para *Mimosa scabrella* Bentham em povoamentos nativos da região metropolitana de Curitiba/PR. **Floresta**, v. 38, n. 2, p. 339-349, 2008.

REGAZZI, A. J. Teste para verificar a identidade de modelos de regressão e a igualdade de alguns parâmetros num modelo polinomial ortogonal. **Ceres**, v. 40, n. 228, p. 176-195, 1993.

REGAZZI, A. J. Teste para verificar a identidade de modelos de regressão. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 31, n. 1, p. 1-17, 1996.

REGAZZI, A. J. Teste para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não linear. **Ceres**, v. 50, n. 287, p. 9-26, 2003.

REGAZZI, A. J.; SILVA, C. H. O. Testes para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear em dados de experimento com delineamento em blocos casualizados. **Ceres**, v. 57, n. 3, p. 315-320, 2010.

ROVEDA, M. **Teste de identidade de modelos aplicados na construção de curvas de sítio e na projeção da produção de povoamentos de *Eucalyptus grandis* W. Hill. Ex. Maiden.** 2014. 118 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Irati.

RUFINI, A. L.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D.; MELLO, J. M. Equações volumétricas para o cerrado *sensu stricto*, em Minas Gerais. **Cerne**, v. 16, n. 1, p. 1-11, 2010.

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria Florestal: Parte I: Modelos de Regressão Linear e Não Linear; Parte II: Modelos para Relação Hipsométrica, Volume, Afilamento e Peso de Matéria Seca.** Lavras: UFLA/FAEPE, 2005. 352 p.

SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M. **Inventário Florestal.** Lavras: UFLA/FAEPE, 2006. 561 p.

SCOLFORO, J. R. S.; THIERSCH, R. **Biometria Florestal: Medição, Volumetria e Gravimetria.** Lavras: UFLA/FAEPE, 2004. 285 p.

SILVA, J. A. A.; PAULA NETO, F. **Princípios Básicos de Dendrometria.** Recife: Imprensa Universitária da UFRPE, 1979. 191 p.

WOOD, G. B.; WIANT, H. V. Jr.; LOY, R. J.; MILES, J. A. Centroid sampling: a variant of importance sampling for estimating the volume of sample trees of radiate pine. **Forest Ecology and Management**, v, 36, p. 233-243, 1990.

7. APÊNDICE

APÊNDICE A: Número de árvores cubadas, a quantidade estimada a ser cubada e a diferença entre estes valores por classe diamétrica em cada estrato gerado pelo critério de estratificação 1

Estrato	Classe	3,75	6,25	8,75	11,25	13,75	16,25	18,75	21,25	TOTAL
1	Cub	152	198	198	213	170	68	17	1	1.017
	Est	46	40	34	22	18	16	19	0	195
	Dif	-106	-158	-164	-191	-152	-52	2	-1	2

Onde: Cub: Árvores cubadas; Est: Intensidade amostral estimada; Dif: Diferença entre valores cubados e estimados

APÊNDICE B: Número de árvores cubadas, a quantidade estimada a ser cubada e a diferença entre estes valores por classe diamétrica em cada estrato gerado pelo critério de estratificação 2

Estrato	Classe	3,75	6,25	8,75	11,25	13,75	16,25	18,75	21,25	TOTAL
1	Cub	74	99	100	111	87	43	17	1	532
	Est	43	37	39	22	23	18	19	0	201
	Dif	-31	-62	-61	-89	-64	-25	2	-1	2
2	Cub	78	99	98	102	83	25	0	0	485
	Est	50	43	29	22	13	13	0	0	170
	Dif	-28	-56	-69	-80	-70	-12	0	0	0
TOTAL	Cub	152	198	198	213	170	68	17	1	1.017
	Est	92	80	68	44	36	31	19	0	370
	Dif	0	0	0	0	0	0	2	0	2

Onde: Cub: Árvores cubadas; Est: Intensidade amostral estimada; Dif: Diferença entre valores cubados e estimados

APÊNDICE C: Número de árvores cubadas, a quantidade estimada a ser cubada e a diferença entre estes valores por classe diamétrica em cada estrato gerado pelo critério de estratificação 3

Estrato	Classe	3,75	6,25	8,75	11,25	13,75	16,25	18,75	21,25	TOTAL
1	Cub	5	8	10	8	6	3	0	0	40
	Est	69	30	13	11	13	13	0	0	149
	Dif	64	22	3	3	7	10	0	0	109
2	Cub	16	21	20	25	21	11	12	1	127
	Est	54	42	60	27	20	28	26	0	257
	Dif	38	21	40	2	-1	17	14	-1	130
3	Cub	13	16	15	17	17	6	0	0	84
	Est	34	37	23	15	15	17	0	0	141
	Dif	21	21	8	-2	-2	11	0	0	61
4	Cub	3	3	5	4	2	1	0	0	18
	Est	29	12	13	14	26	0	0	0	94
	Dif	26	9	8	10	24	-1	0	0	77
5	Cub	9	16	14	15	16	10	3	0	83
	Est	32	51	26	18	20	12	14	0	172
	Dif	23	35	12	3	4	2	11	0	89

APÊNDICE C: Continuação...

Estrato	Classe	3,75	6,25	8,75	11,25	13,75	16,25	18,75	21,25	TOTAL
6	Cub	9	10	16	13	6	0	0	0	54
	Est	38	21	34	20	16	0	0	0	129
	Dif	29	11	18	7	10	0	0	0	75
7	Cub	18	24	19	27	19	10	2	0	119
	Est	54	35	25	21	16	12	0	0	163
	Dif	36	11	6	-6	-3	2	-2	0	44
8	Cub	1	1	1	2	0	2	0	0	7
	Est	0	0	0	0	0	6	0	0	6
	Dif	-1	-1	-1	-2	0	4	0	0	4
9	Cub	2	1	1	3	1	0	0	0	8
	Est	111	0	0	14	0	0	0	0	125
	Dif	109	-1	-1	11	-1	0	0	0	120
10	Cub	13	18	16	15	16	6	0	0	84
	Est	31	44	22	27	12	14	0	0	150
	Dif	18	26	6	12	-4	8	0	0	71
11	Cub	14	17	16	17	15	6	0	0	85
	Est	42	35	23	18	20	14	0	0	152
	Dif	28	18	7	1	5	8	0	0	67
12	Cub	2	1	3	2	5	0	0	0	13
	Est	10	0	73	0	7	0	0	0	90
	Dif	8	-1	70	-2	2	0	0	0	80
13	Cub	11	15	14	12	14	4	0	0	70
	Est	45	40	27	22	11	7	0	0	151
	Dif	34	25	13	10	-3	3	0	0	84
14	Cub	3	3	3	6	3	3	0	0	21
	Est	105	45	0	20	19	9	0	0	198
	Dif	102	42	-3	14	16	6	0	0	180
15	Cub	12	16	13	17	14	3	0	0	75
	Est	61	46	28	22	11	13	0	0	181
	Dif	49	30	15	5	-3	10	0	0	109
16	Cub	15	19	20	21	9	0	0	0	84
	Est	61	46	28	22	11	13	0	0	181
	Dif	46	27	8	1	2	13	0	0	97
17	Cub	3	6	8	4	3	0	0	0	24
	Est	12	20	24	21	0	0	0	0	76
	Dif	9	14	16	17	-3	0	0	0	55
18	Cub	3	3	4	5	3	3	0	0	21
	Est	7	29	16	8	8	17	0	0	85
	Dif	4	26	12	3	5	14	0	0	64
TOTAL	Cub	152	198	198	213	170	68	17	1	1.017
	Est	795	532	434	300	225	175	40	0	2.500
	Dif	570	270	183	94	71	87	0	0	1.275

Onde: Cub: Árvores cubadas; Est: Intensidade amostral estimada; Dif: Diferença entre valores cubados e estimados

APÊNDICE D: Número de árvores cubadas, a quantidade estimada a ser cubada e a diferença entre estes valores por classe diamétrica em cada estrato gerado pelo critério de estratificação 4 e 5

Estrato	Classe	3,75	6,25	8,75	11,25	13,75	16,25	18,75	21,25	TOTAL
1	Cub	5	8	10	8	6	3	0	0	40
	Est	68	30	13	11	13	13	0	0	148
	Dif	63	22	3	3	7	10	0	0	108
2	Cub	11	12	10	17	10	7	5	0	72
	Est	45	30	32	18	14	14	7	0	159
	Dif	34	18	22	1	4	7	2	0	87
3	Cub	5	8	7	7	10	2	5	1	45
	Est	87	49	70	16	14	13	1	0	251
	Dif	82	41	63	9	4	11	-4	-1	210
4	Cub	0	1	3	1	1	2	2	0	10
	Est	0	0	47	0	0	36	112	0	195
	Dif	0	-1	44	-1	-1	34	110	0	188
5	Cub	13	16	15	17	17	6	0	0	84
	Est	34	37	23	15	15	17	0	0	141
	Dif	21	21	8	-2	-2	11	0	0	61
6	Cub	3	3	5	4	2	1	0	0	18
	Est	29	12	13	14	26	0	0	0	95
	Dif	26	9	8	10	24	-1	0	0	78
7	Cub	4	9	6	8	7	4	0	0	38
	Est	16	46	36	27	28	28	0	0	182
	Dif	12	37	30	19	21	24	0	0	144
8	Cub	5	7	8	7	9	6	3	0	45
	Est	45	41	21	7	13	85	14	0	226
	Dif	40	34	13	0	4	79	11	0	181
9	Cub	8	9	13	11	5	0	0	0	46
	Est	31	22	18	19	4	0	0	0	95
	Dif	23	13	5	8	-1	0	0	0	50
10	Cub	1	1	3	2	1	0	0	0	8
	Est	0	0	22	8	0	0	0	0	31
	Dif	-1	-1	19	6	-1	0	0	0	26
11	Cub	15	20	16	22	16	6	0	0	95
	Est	61	37	30	21	13	6	0	0	168
	Dif	46	17	14	-1	-3	0	0	0	77
12	Cub	3	4	3	5	3	4	2	0	24
	Est	33	26	8	12	0	7	34	0	120
	Dif	30	22	5	7	-3	3	32	0	99
13	Cub	1	1	1	2	0	2	0	0	7
	Est	0	0	0	13	0	8	0	0	21
	Dif	-1	-1	-1	11	0	6	0	0	17
14	Cub	2	1	1	3	1	0	0	0	8
	Est	111	0	0	14	0	0	0	0	125
	Dif	109	-1	-1	11	-1	0	0	0	120

APÊNDICE D: Continuação...

Estrato	Classe	3,75	6,25	8,75	11,25	13,75	16,25	18,75	21,25	TOTAL
15	Cub	8	11	10	10	9	0	0	0	48
	Est	18	41	20	25	8	0	0	0	111
	Dif	10	30	10	15	-1	0	0	0	65
16	Cub	5	7	6	5	7	6	0	0	36
	Est	62	54	11	16	10	14	0	0	167
	Dif	57	47	5	11	3	8	0	0	131
17	Cub	10	12	13	13	11	3	0	0	62
	Est	34	27	21	15	8	12	0	0	118
	Dif	24	15	8	2	-3	9	0	0	59
18	Cub	4	5	3	4	4	3	0	0	23
	Est	74	61	27	28	23	11	0	0	224
	Dif	70	56	24	24	19	8	0	0	201
19	Cub	2	1	2	0	0	0	0	0	5
	Est	10	0	20	0	0	0	0	0	30
	Dif	8	-1	18	0	0	0	0	0	26
20	Cub	0	0	1	2	5	0	0	0	8
	Est	0	0	0	8	7	0	0	0	15
	Dif	0	0	-1	6	2	0	0	0	8
21	Cub	2	2	5	0	0	0	0	0	9
	Est	25	10	15	0	0	0	0	0	50
	Dif	23	8	10	0	0	0	0	0	41
22	Cub	5	8	3	8	9	0	0	0	33
	Est	18	26	10	18	9	0	0	0	80
	Dif	13	18	7	10	0	0	0	0	48
23	Cub	4	5	6	4	5	4	0	0	28
	Est	99	42	23	20	11	7	0	0	201
	Dif	95	37	17	16	6	3	0	0	173
24	Cub	1	2	1	3	2	1	0	0	10
	Est	0	0	0	55	0	0	0	0	55
	Dif	-1	-2	-1	52	-2	-1	0	0	52
25	Cub	2	1	2	3	1	2	0	0	11
	Est	213	0	120	18	0	96	0	0	446
	Dif	211	-1	118	15	-1	94	0	0	437
26	Cub	4	5	3	2	0	0	0	0	14
	Est	7	7	20	16	0	0	0	0	50
	Dif	3	2	17	14	0	0	0	0	36
27	Cub	5	7	8	11	9	0	0	0	40
	Est	40	52	24	8	89	0	0	0	212
	Dif	35	45	16	-3	80	0	0	0	175
28	Cub	3	4	2	4	5	3	0	0	21
	Est	26	9	26	23	8	13	0	0	105
	Dif	23	5	24	19	3	10	0	0	84

APÊNDICE D: Continuação...

Estrato	Classe	3,75	6,25	8,75	11,25	13,75	16,25	18,75	21,25	TOTAL
29	Cub	15	19	20	21	7	0	0	0	82
	Est	60	40	25	14	12	0	0	0	150
	Dif	45	21	5	-7	5	0	0	0	75
30	Cub	0	0	0	0	2	0	0	0	2
	Est	0	0	0	0	9	0	0	0	9
	Dif	0	0	0	0	7	0	0	0	7
31	Cub	3	6	8	3	0	0	0	0	20
	Est	12	20	24	28	0	0	0	0	83
	Dif	9	14	16	25	0	0	0	0	63
32	Cub	0	0	0	1	3	0	0	0	4
	Est	0	0	0	0	1	0	0	0	1
	Dif	0	0	0	-1	-2	0	0	0	0
33	Cub	2	1	3	2	1	1	0	0	10
	Est	83	0	19	0	0	0	0	0	102
	Dif	81	-1	16	-2	-1	-1	0	0	97
34	Cub	1	2	1	3	2	2	0	0	11
	Est	0	53	0	8	0	14	0	0	76
	Dif	-1	51	-1	5	-2	12	0	0	69
TOTAL	Cub	152	198	198	213	170	68	17	1	1.017
	Est	1.340	770	738	498	336	394	169	0	4.243
	Dif	1.192	581	545	301	189	329	155	0	3.292

Onde: Cub: Árvores cubadas; Est: Intensidade amostral estimada; Dif: Diferença entre valores cubados e estimados