UFRRJ

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)

DISSERTAÇÃO

Propostas de Utilização de Códigos de Barras como Recurso Didático para o Ensino da Matemática

Valeska Aparecida Rodrigues da Silva

2013

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
(PROFMAT)

PROPOSTAS DE UTILIZAÇÃO DE CÓDIGOS DE BARRAS COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

VALESKA APARECIDA RODRIGUES DA SILVA

Sob a Orientação do Professor
Douglas Monsôres de Melo Santos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, como requisito parcial à obtenção do título de **Mestre em Matemática**.

Seropédica, RJ
Abril de 2013

510.7
S586p
T

Silva, Valeska Aparecida Rodrigues da, 1979-

Propostas de utilização de códigos de barras como recurso didático para o ensino da matemática / Valeska Aparecida Rodrigues da Silva. – 2013.

44 f.: il.

Orientador: Douglas Monsôres de Melo Santos.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Bibliografia: f. 43-44.

1. Matemática – Estudo e ensino - Teses. 2. Matemática – Estudo e ensino - Metodologia - Teses. 3. Modelos matemáticos – Teses. 4. Código de barras – Teses. 5. Código de Barras – História – Teses. I. Santos, Douglas Monsôres de Melo 1984- II. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

VALESKA APARECIDA RODRIGUES DA SILVA

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 15/04/2013

Douglas Monsôres de Melo

Prof. Dr. Douglas Monsôres de Melo Santos – UFRRJ
(Orientador)

Eulina Coutinho S. do Nascimento

Profa. Dra. Eulina Coutinho Silva do Nascimento– UFRRJ

Prof. Dr. Luiz Felipe Nobili França – UFF

Dedico este trabalho aos meus pais, por todo amor e dedicação, à minha irmã por dividir comigo todos os desafios e conquistas da minha vida, ao meu cunhado pelo apoio, e aos meus sobrinhos, Gabriel e Ana, minhas fontes de inspiração.

AGRADECIMENTOS

À minha família e meus amigos, por toda paciência, compreensão e incentivo durante o curso.

Aos amigos do PROFMAT, pelo companheirismo, pela dedicação nos nossos grupos de estudos, e por dividirem sua alegria comigo.

Aos professores e tutores do PROFMAT, por acreditarem no programa e se empenharem em partilhar seus conhecimentos.

Ao Professor Dr. Douglas Monsôres de Melo Santos, pelo incentivo e dedicação na construção deste trabalho.

RESUMO

SILVA, Valeska Aparecida Rodrigues da. **Propostas de Utilização de Códigos de Barras como Recurso Didático para o Ensino da Matemática**. 2013. 44p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Instituto de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2013.

Este trabalho tem como objetivo apresentar algumas das possibilidades de utilização dos códigos de barras como recurso didático nas aulas de matemática. Para isso, descreveremos alguns tipos de códigos de barras, e a matemática envolvida nas suas estruturas. Com o interesse de situar o aluno quanto à relação socioeconômica e o uso dos códigos de barras, o trabalho também versa sobre alguns aspectos históricos. Reforça-se, assim, o uso da Modelagem Matemática e também o da Interdisciplinaridade, abrindo-se uma brecha para aproximar o ensino de História ao ensino de Matemática.

Palavras-chave: códigos de barras, modelagem matemática, história dos códigos, ensino.

ABSTRACT

SILVA, Valeska Aparecida Rodrigues. **Proposal for Using Barcodes as a Resource for Teaching Mathematics Teaching**. In 2013. 44p. Dissertation (Professional Master in Mathematics). Mathematics Institute, Federal Rural University of Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2013.

This thesis aims to present some possibilities of using the barcode as a didactic resource for teaching mathematics. For this, we will describe some types of barcodes, and the mathematics involved in their structures. We also treat of some historical aspects of the barcodes, aiming to show for the student their importance to the socioeconomic relations. Thus, this reinforces the use of Mathematical Modelling and Interdisciplinarity, opening a way to approach the teaching of history and mathematics.

Keywords: Barcodes, Mathematical Modeling, History of Codes, Teaching.

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO....10
1.1 Apresentação....10
1.2 Organização da Dissertação....10
2 - EMBASAMENTOS PEDAGÓGICOS DA PROPOSTA....12
2.1 Leis de Diretrizes e Bases e Parâmetros Curriculares Nacionais....12
2.2 Momentos Marcantes na Educação Matemática....13
2.3 Instrumentos de Ensino da Matemática....14
2.3.1 História da Matemática e Práticas pedagógicas....15
2.3.2 Modelagem Matemática....15
3 – A HISTÓRIA DOS CÓDIGOS....18
3.1 Obtenção e Transmissão de Informações....18
3.2 A História dos Códigos de Barras....21
4 – CÓDIGOS DE BARRAS....23
4.1 Tipos de Códigos de Barras....24
4.2 Estrutura e leitura do código de barras....26
4.2.1 Código de Barras UPC....26
4.2.2 Código de Barras EAN-13....28
4.3 Dígito verificador....31
5 – O ESTUDO DOS CÓDIGOS DE BARRAS EM SALA DE AULA....36
5.1 Atividades propostas....36
6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS....42
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS....43

1 – INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação

Este trabalho tem por objetivo apresentar a matemática presente nos códigos de barras, e propor atividades que associem esses elementos de forma contextualizada para aplicá-las em sala de aula. Antes, porém, é interessante conhecer alguns aspectos pedagógicos que possam dar embasamento à proposta acima citada. Para isso são destacados artigos da LDB (BRASIL,1996), Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, elementos dos PCN (BRASIL,2006), Parâmetros curriculares nacionais, e outras ideias que apontam para a utilização de dois importantes instrumentos presentes neste trabalho: a Modelagem Matemática e a história dos códigos. O primeiro dará materialidade à matemática abstrata, e o segundo irá inserir os códigos de barras num contexto histórico e social, enfatizando as transformações sofridas por eles desde o seu surgimento, assim como as suas aplicações ao cotidiano.

Outros fatores relevantes para esta pesquisa é conhecer um pouco sobre a história da Educação Matemática no país, as características do ensino da matemática e as tendências atuais. Além disso, queremos entender de que maneira se espera que a matemática seja apresentada em sala de aula, como podemos tornar a matemática instigante e agradável aos alunos.

Quanto aos códigos de barras, mais interessante do que saber da presença deles nas embalagens de produtos comercializados é reconhecer suas características e variações, e descobrir a matemática existente por trás de seu funcionamento.

O trabalho apresenta algumas variações dos códigos de barras, especificando aqueles que são mais comumente encontrados no comércio. Mostra do que é composto um código de barras e como se verificam os erros no registro de um determinado código.

Alguns dos conceitos matemáticos presentes nos códigos de barras aparecem no currículo do ensino fundamental e médio. Porém, em geral esses conceitos são apresentados de maneira abstrata, com aplicações muito artificiais. Vez ou outra aparecem em contextualizações pouco instigantes.

Neste trabalho são sugeridas algumas atividades, utilizando as ideias discutidas no corpo do texto. Como forma de possibilitar que o aluno associe a matemática abstrata ao seu dia a dia sugerimos fazer uso de produtos simples encontrados em supermercados e de seus códigos de barras como objeto de pesquisa e aprendizagem matemática. Algumas das atividades propostas podem ser aplicadas a alunos em diferentes anos de escolaridade, embora cada uma seja direcionada a um ano específico.

A proposta principal deste trabalho é permitir que o educando construa, com suas experiências prévias, um conceito matemático mais elaborado e formal. Visa não só apresentar a matemática contida nos códigos de barras e propor atividades, mas também incentivar a busca por materiais alternativos que permitam outros momentos de reflexão e pesquisa.

1.2 Organização da Dissertação

Essa dissertação está organizada como segue: o segundo capítulo é dividido em três seções, onde discutiremos algumas questões ligadas à Legislação Brasileira, a alguns documentos publicados pelo Governo Federal na área da Educação e ao ensino de matemática no Brasil. Procuramos destacar argumentos que motivem e justifiquem a pesquisa.

O terceiro capítulo apresenta algumas informações históricas a respeito de códigos e, mais especificamente, dos códigos de barras. Isso se faz com a intenção de situar o leitor no contexto em que se aplicam os códigos de barras, e sugerir que se faça uma pesquisa por informações históricas, de forma a incentivá-lo a conhecer mais sobre o assunto.

O quarto capítulo trás alguns modelos de códigos de barras, suas características e seu funcionamento. Entendendo a matemática desses códigos, pretendemos elucidar algumas perguntas naturais: 1) Quando a operadora do caixa em uma loja passa o produto na máquina de leitura, e o código de barras do mesmo está amassado ou enrugado, ela vira o produto de cabeça para baixo. Por que a máquina então não lê o número do código de trás para frente? 2) Caso a máquina não consiga ler o código, ele é digitado pela operadora do caixa. Caso haja um erro de digitação, a máquina emite um alarme sonoro. Como ela consegue perceber esse erro?

No quinto capítulo são apresentadas sugestões de atividades com códigos de barras, contextualizando alguns conceitos abstratos vistos nas aulas de matemática.

2 - EMBASAMENTOS PEDAGÓGICOS DA PROPOSTA

Procurando fundamentos teórico-pedagógicos que tornem a pesquisa legítima, neste capítulo são confrontados os escritos da legislação, os documentos que regem a educação brasileira, as ideias de alguns pesquisadores e a prática pedagógica em si, como ela é desenvolvida nas salas de aula. À luz desses documentos e dessas ideias, vemos que a contextualização de problemas matemáticos, a Modelagem Matemática e a discussão de questões históricas atendem ao objetivo geral do Ensino Fundamental e Médio.

2.1 Leis de Diretrizes e Bases e Parâmetros Curriculares Nacionais

Um currículo disciplinar deve estar em consonância com os documentos e leis que regem a educação no país. Daí, a necessidade de encontrar nesses textos fundamentação para este trabalho. A LDB (BRASIL, 1996, Art.1° §2°) apresenta o seguinte texto: "A educação escolar deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social".

Como descrito na lei, a educação abrange processos formativos que se desenvolvem entre outros na convivência humana, em suas diferentes estruturas. E, além disso, o mesmo artigo destaca a responsabilidade de formar indivíduos que possam interagir enquanto cidadão em desenvolvimento dentro da sociedade. Dessa maneira entende-se que a educação tem como dever tornar o aluno uma pessoa investigadora e crítica, incentivando-o através de situações problemas. Ao professor cabe dar estímulo para que o educando, a partir de suas experiências prévias, possa compreender melhor os conceitos matemáticos. Para isso a matemática não deve ser apresentada como ciência pronta, mas como uma ciência que pode ser construída.

Discutir sobre questões do cotidiano nas salas de aula é também uma sugestão que aparece nos Parâmetros Curriculares Nacionais, para que o aluno entenda seu espaço social e participe ativamente da transformação de seu meio, segundo PCN – Ensino Médio, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (2006, p.9):

> Uma formação com tal ambição exige métodos de aprendizado compatíveis, ou seja, condições efetivas para que os alunos possam:
> • comunicar-se e argumentar;
> • defrontar-se com problemas, compreendê-los e enfrentá-los;
> • participar de um convívio social que lhes dê oportunidades de se realizarem como cidadãos;
> • fazer escolhas e proposições;
> • tomar gosto pelo conhecimento, aprender a aprender.

Desse modo compreendemos que o professor orienta para que o conhecimento se realize de forma significativa para o aluno. De acordo com Monteiro e Pompeu (2001, p.68), a matemática se apresenta como conteúdo:

> a) De debate, no sentido de que o conhecimento matemático é construído pelos alunos e professor;
> b) Complementar, no sentido de que as aulas de matemática são baseadas no conhecimento que os alunos trazem de fora da escola;
> c) Produtiva, no sentido de que o conhecimento matemático é desenvolvido a partir de situações próprias dos alunos.

Paulo Freire, em seu livro Pedagogia da Autonomia, destaca o desenvolvimento da criticidade como importante fator para a aprendizagem do educando, a curiosidade e a vivência no decorrer da vida como ingredientes para um ensino dinâmico. Para o autor, a pedagogia da autonomia deve se centrar em experiências estimuladoras. "Por que não estabelecer uma "intimidade" entre os saberes curriculares fundamentais aos alunos e a experiência social que eles têm como indivíduos?" (FREIRE, 1996, p.30).

Tanto os documentos oficiais quanto os pensamentos dos educadores citados acima sugerem o uso de ferramentas que possibilitem a percepção da matemática como conhecimento social capaz de atrair a curiosidade e o interesse dos alunos, conectada a outras áreas de conhecimento e não como uma ciência fechada em si mesma. Essas ferramentas didático-pedagógicas dinamizam o processo de ensino-aprendizagem, facilitando a construção do conhecimento por parte do aluno.

2.2 Momentos Marcantes na Educação Matemática

Pensando no que descreve a LDB e os PCN, e na tentativa de conhecer como o ensino de matemática se desenvolveu nas escolas básicas nas últimas décadas, quais mudanças efetivamente fizeram alguma diferença e quais são as expectativas futuras, os parágrafos que seguem descrevem dois momentos importantes vividos no Brasil, na segunda metade do século XX.

Ligado à política de modernização econômica, surge na década de 60, a prática de ensino da matemática conhecida como Matemática Moderna, movimento educacional estruturado de forma abstrata, com a concatenação de conteúdos seguindo uma estrutura técnica e teórica. Esse movimento se deu a partir de mudanças ocorridas na Europa que visavam aproximar a matemática produzida por pesquisadores da área e a trabalhada na escola básica.

A proposta do Movimento da Matemática Moderna era apresentar uma matemática menos estática e mais funcional, motivados pelo processo de modernização e industrialização. A base é o estruturalismo (SOARES, 2001), e a utilização da linguagem da teoria de conjuntos como conceito unificador na apresentação dos conteúdos matemáticos.

Com o intuito de preparar professores e disseminar a Matemática Moderna, um grupo de professores universitários, secundários e primários, participam do GEEM (Grupo de Estudos do Ensino da Matemática), idealizado por Oswald Sangiorgi e criado em 1961, segundo Búrigo (1989, *apud* Bermejo, Graça e Moraes 2011, p.5). Em 1962, Oswald Sangiorgi foi o principal autor de livros didáticos, que sofreram algumas alterações quanto à qualidade da impressão, o uso de cores, o uso de recursos visuais e melhor distribuição dos espaços visuais (SOARES, 2001).

O Movimento da Matemática Moderna realizou outras atividades de divulgação, dentre elas: revistas de matemática, congressos e divulgação na imprensa (BORGES, 2005).

No entanto, os alunos, embora sejam capazes de aprender a matéria, tornam-se incapazes pela dificuldade de abstração (FONSECA, 1998). O exagero na forma dedutiva, o excessivo formalismo e simbolismo, priorizando o cálculo rápido e descontextualizado, resultaram em alto índice de reprovação, para Pinto (2006, p.4067):

> Ao tratar a matemática como algo neutro, destituída de história, desligada de seus processos de produção, sem nenhuma relação com o social e o político, o ensino da Matemática Moderna, veiculado por inúmeros livros didáticos da época, parece ter se descuidado da possibilidade crítica e criativa dos aprendizes.

No Brasil, a consolidação das pesquisas na área de Educação Matemática se dá com a fundação, durante o Segundo Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) em Maringá, no Paraná, da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), em 1988, de acordo com a SBEM. Outros ENEM's foram realizados após este, onde segundo Fernandes e Menezes (2002, p.9):

> (...) é clara a evolução do movimento (da Educação Matemática) traduzido na essência dos trabalhos apresentados nesses encontros, nas formas de mini-cursos, palestras, conferências e mesas redondas, além das oficinas. Nessas atividades (...) notamos a gradual mudança de metodologia de trabalho, e conteúdos apresentados. (...) A inserção do uso de jogos e equipamentos de informática praticamente explode nos últimos encontros, o que leva a avançar no sentido de efetivos esforços de mudanças, e os relatos de experiências bem sucedidas em todos os níveis e em várias partes do país consolidam esses esforços.

Apesar da mobilização em torno do ensino de matemática, em avaliações nacionais de rendimento, os resultados são considerados abaixo do esperado. O Ideb (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica), utilizado para traçar metas de qualidade educacional para os sistemas de ensino público no país, referente ao ano de 2011, divulgado pelo MEC (Ministério da Educação), mostra que os alunos brasileiros estão aprendendo mais nos anos iniciais (1° ao 5°ano do ensino fundamental), onde se obteve melhora significativa, no entanto os alunos dos anos finais (6° ao 9°ano do ensino fundamental) e ensino médio não cresceram na mesma proporção. Os resultados divulgados mostram que no 5º ano do Ensino Fundamental, o Ideb passou de 4,6 em 2009 para 5,0 em 2011. No 9º ano esse crescimento foi menor: de 4,0 para apenas 4,1. O mesmo ocorreu no 3º ano do Ensino Médio, que passou de 3,6 para 3,7.

Atualmente os livros didáticos têm sido produzidos observando os aspectos históricos sobre o conteúdo a ser tratado e questões do cotidiano, dando materialidade a conceitos matemáticos, interligando-os, quando possível, a outras ciências. Essa mudança está refletindo na forma que a matemática tem sido apresentada na escola, através do modo como parte dos educadores vem conduzindo seus trabalhos nos últimos anos.

Seguindo essa corrente, o presente trabalho sugere o uso de ferramentas de ensino da matemática, visando apresentar conceitos científicos de uma forma mais instigante, para que o aluno se sinta motivado a conhecer mais sobre matemática através dos códigos de barras, um elemento tão presente em sua vida cotidiana, num processo dinâmico e menos artificial. Para melhorar a aprendizagem de matemática é necessário aproximar a realidade do educando a ciência, e assim possibilitar sua compreensão a respeito de conceitos elaborados e seu desenvolvimento como ser social.

2.3 Instrumentos de Ensino da Matemática

As atividades propostas nesse trabalho são instrumentalizadas com duas ferramentas: História, não da matemática em si, mas sim a história dos códigos e em particular a dos códigos de barras; e Modelagem Matemática, fazendo uso de elementos do cotidiano do aluno.

Sendo o nosso foco propor o uso de códigos de barras como um recurso didático para o ensino de matemática, e sendo esse um elemento do cotidiano do educando, estamos em sintonia com as ideias de Paulo Freire, citadas na seção 2.1, estabelecendo uma relação entre os saberes curriculares e a experiência social do aluno.

2.3.1 História da Matemática e Práticas pedagógicas

O primeiro instrumento citado, história dos códigos de barras, tem seu uso fundamentado no PCN – Ensino Médio (BRASIL, 2006), que destaca não caber mais tratar a matemática como algo fechado em si mesmo, mas conectado a outras áreas de conhecimento. Essa é uma importante ferramenta, de caráter investigativo e motivador para a compreensão da estrutura própria desses códigos, pois situa em tempo e espaço como eles foram construídos e organizados até tomar a forma elaborada que se apresenta na atualidade.

Imenes descreve, a época da conclusão do seu mestrado, que a matemática é tradicionalmente apresentada fechada em si mesma.

> A Matemática apresentada no ensino de Matemática é a-histórica. Histórica é coisa dos homens e, como a Matemática escolar se desenvolve em um ambiente exclusivamente matemático, fechado em si mesmo, onde não entram as coisas dos homens, ela se mostra a-histórica, não aparece como construção humana, não é parte da nossa cultura, não é gerada num ambiente sociocultural. (IMENES, p.23, 1990)

Não cabendo, atualmente, mais essa forma de apresentar a matemática, a história da matemática aparece como um importante instrumento disponível para construir matemática em sala de aula. Assim, a matemática se mostra como ciência dinâmica, aberta a incorporação de novos conhecimentos, e seguindo a sugestão dada pelos PCN, o enriquecimento das aulas com aspectos históricos vem para modificar a prática pedagógica que entende a matemática como algo a-histórico.

Nesse caso, perceber, através da história, a importância de codificar, e conhecer a história dos códigos de barras, permite ao aluno reconhecer a matemática como ciência presente no desenvolvimento social e econômico do homem. E percebendo essa importância, o aluno acumula conhecimentos capazes de o auxiliarem na construção das ideias que envolvem a matemática presente nos códigos de barras, e assim entender conceitos matemáticos abstratos.

2.3.2 Modelagem Matemática

Já o segundo instrumento, a Modelagem Matemática, se fundamenta, dentre outros, no aspecto destacado por Monteiro e Pompeu (2001), da matemática produtiva, desenvolvida a partir de situações próprias dos alunos.

De acordo com Bassanezi (1994), procurando refletir sobre uma proporção da realidade na tentativa de agir sobre ela, o processo usual é selecionar parâmetros essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial. Para Bassanezi, modelar é dar materialidade a conteúdos abstratos, é, dado um fenômeno ou situação real, prever um comportamento ou descrever o fenômeno. "*Modelagem Matemática consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real*". Bassanezi define esse modelo matemático como "um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado". Assim, a matemática se apresenta aplicada em outras ciências, como Biologia, Física e Química, por exemplo. A Modelagem Matemática é de tal importância, que o MEC, ao avaliar o educando, quanto ao seu conhecimento, em provas como o ENEM (Exame Nacional de Ensino Médio) e a PROVA BRASIL, espera que o educando seja capaz de "estabelecer relações com e entre os objetos físicos, conceitos, situações, fenômenos e pessoas" (SAEB, Sistema de Avaliação do Ensino Básico, 2002).

No caso dos códigos de barras, o "problema da realidade" é o seguinte: deve-se estabelecer um sistema de codificação numérica, a fim de identificar uma grande variedade de produtos oriundos de diversos países. Esse sistema tem que permitir que um computador seja capaz de detectar um erro que possa ser cometido ao digitar o código do produto, e esse erro tem que ser descoberto rapidamente pelo computador.

Note que, se codificássemos os produtos usando algarismos dispostos de maneira aleatória, teríamos dois problemas: primeiro, que ao cometer um erro de digitação, o código digitado poderia ser o de outro produto, prejudicando o comprador, ou o vendedor (dependendo do valor dos dois produtos). Segundo, o código digitado poderia não estar associado a nenhum produto cadastrado. Assim, o computador poderia perder um certo tempo procurando em sua memória um produto que na verdade, não existe.

Por trás dos algarismos presentes nos códigos de barras, existe um modelo matemático que atende satisfatoriamente esse problema. Esse modelo faz uso de conceitos abstratos como produto escalar de vetores e aritmética de números inteiros (veja a seção 4.3 para mais detalhes), que o computador consegue operar com grande agilidade.

Assim, se um operador de caixa em uma loja digita errado o código de um produto, esse erro precisará ser identificado pelo computador. A máquina calculará então, através desse modelo matemático, um produto escalar de 2 vetores (um deles terá coordenadas dadas exatamente pelos algarismos do código) e verificará se essa operação resultará num número divisível por 10. Havendo um erro de digitação, há uma grande chance do resultado não ser múltiplo de 10. A interpretação desse cálculo para o "mundo real" será então dada rapidamente pelo computador, que emite um alarme sonoro, indicando que o código digitado não pertence a nenhum produto.

Ainda assim, cabe analisar esse instrumento de ensino-aprendizagem da matemática, quanto a argumentos a favor e contra a sua aplicação, segundo Monteiro e Pompeu (2001), são eles, os favoráveis:

- Argumento formativo: enfatiza as aplicações matemática e a resolução de problemas, tornando o aluno criativo e habilidoso.
- Argumento de competência crítica: Prepara o estudante para a vida real.
- Argumento de utilidade: tem a matemática como ferramenta para resolução de problemas.
- Argumento intrínseco: fornece um rico arsenal para que o aluno entenda e interprete a matemática.
- Argumento de aprendizagem: facilita a compreensão de conceitos e resultados matemáticos.
- Argumento de alternativa epistemológica: parte da realidade e de maneira natural chega, através de um enfoque cognitivo, à ação pedagógica. Se adéqua às diversas realidades socioculturais.

Os desfavoráveis:

- Obstáculos institucionais: a modelagem pode ser um processo demorado impedindo o cumprimento do programa curricular dos cursos regulares.
- Obstáculos estudantis: O aluno tem o professor como transmissor de conhecimento, colocá-lo no centro do processo de ensino-aprendizagem, pode torna-lo lento e dificultar o aluno em dar continuidade ao trabalho.
- Obstáculo para os professores: muitos professores acreditam que perderão muito tempo, ou se sentem incapazes de desenvolver o trabalho.

No entanto, Monteiro e Pompeu (2001), descrevem de acordo com sua experiência pessoal com a Modelagem, que as dificuldades apresentadas de fato podem aparecer, porém na Modelagem Matemática caminhar seguindo etapas nas quais o conteúdo vai sendo sistematizado e aplicado é mais importante que chegar de imediato ao resultado esperado. Estes autores destacam ainda que esse instrumento pressupõe a valorização do “saber-fazer” do aluno e implica em ver a matemática como uma estratégia de ação, um instrumento do homem para lidar com o mundo.

3 – A HISTÓRIA DOS CÓDIGOS

Aspectos históricos nos dão uma melhor compreensão do assunto em questão, seja, por exemplo, quando desejamos entender a economia de um país ou num esporte disputado mundialmente. Conhecer a origem e as transformações sofridas por um determinado objeto ou fenômeno é um estímulo a entendê-lo e também uma maneira de suprir possíveis dúvidas quanto a sua estrutura ou funcionamento atual.

Além disso, poder conectar a história de uma sociedade, suas tecnologias e objetos matemáticos, é de grande valia visto que essa ciência tem sido "o monstro" de muitos educandos, por ser apresentada como algo puramente técnico e abstrato.

Neste capítulo destacamos algumas informações históricas, pequenos detalhes que fazem do estudo dos códigos de barras mais claro e interessante.

3.1 Obtenção e Transmissão de Informações

Começamos esta seção discutindo a importância dos códigos para a humanidade, desde aqueles mais rudimentares até os mais modernos e complexos.

O homem era um ser naturalmente nômade, assim determinado pelas condições do espaço físico que ocupava e a necessidade de se alimentar e sobreviver. Há cerca de 13000 anos ocorreu o aumento das chuvas, o que favoreceu o surgimento de uma vegetação propícia aos seres humanos, e daí o desenvolvimento da agricultura, a sedentarização e a formação das primeiras aldeias, de acordo com Campos e Miranda (2005), mas apenas no século IV antes de Cristo o homem começa a se estruturar social e economicamente, com isso a necessidade de registrar informações, surgindo então os primeiros símbolos, com a escrita cuneiforme (escritos com estiletes em forma de cunha em placas de barro úmido – figura 1). É o início da comunicação por símbolos e códigos.

Figura 1: *Escrita Cuneiforme*
Fonte: http://universodahistoria.blogspot.com.br/2010/07/escrita-cuneiforme.html

Enquanto se relacionavam através da comunicação oral, emissor e receptor, encontravam-se em um mesmo espaço e momento temporal. As informações eram armazenadas através da memória auditiva das pessoas, daí o uso de artifícios como a dança, a música e a dramatização para transmitir informações, de acordo com Dias (1999). No entanto, não havia garantias de que a informação se manteria a mesma depois de vários estágios de transmissão.

A preocupação em armazenar e transmitir informação permitiu diversos modos de registros por símbolos. São sistemas de numeração e de escrita, que se diferenciam pelo povo e pelo momento histórico. A necessidade de se comunicar fez com que o registro de dados por símbolos se mantivesse todo esse tempo em constante mutação. A comunicação escrita utilizada em quase todo o mundo é dada através do uso de símbolos gráficos como o alfabeto romano e os algarismos indos-arábicos, registros visuais da língua falada; embora haja outros importantes símbolos, estes são grandes sistemas de comunicação da humanidade.

Um surpreendente código utilizado na antiguidade é o *quipu*. Os incas possuíam uma forma de comunicação não verbal, codificada numa linguagem binária semelhante à dos computadores de hoje. Gary Urton, professor de antropologia da Universidade Harvard, reanalisou o complicado sistema de nós (figura 2) usados como ferramentas contábeis pelos incas, os "quipu", e descobriu que eles contêm um código binário de sete bits, capaz de processar mais de 1.500 unidades separadas de informação. Essa linguagem binária foi criada pelos Incas há 500 anos, Connor (2003).

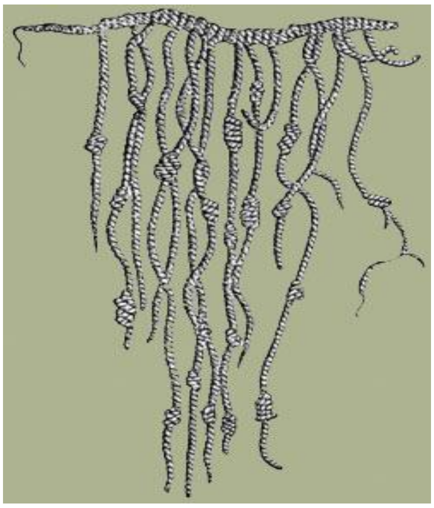

Figura 2: *Quipu*
Fonte: *http://www.mejorc.org/espanol/about/quipu.html*

Duas grandes revoluções trouxeram o que se pode chamar de marco na comunicação: a revolução da imprensa e a do computador. A primeira mostra a passagem da comunicação escrita para a tipográfica e a segunda, da comunicação escrita para a eletrônica.

É importante destacar o início do protocolo digital, na era da eletricidade, com o código Morse, mostrado na figura 3.

A ·-	J ·---	S ···	2 ··---
B -···	K -·-	T -	3 ···--
C -·-·	L ·-··	U ··-	4 ····-
D -··	M --	V ···-	5 ·····
E ·	N -·	W ·--	6 -····
F ··-·	O ---	X -··-	7 --···
G --·	P ·--·	Y -·--	8 ---··
H ····	Q --·-	Z --··	9 ----·
I ··	R ·-·	1 ·----	0 -----

Figura 3: *Código Morse*
Fonte: *http://www.brasilescola.com/geografia/codigo-morse.htm*

O código Morse, inventado por Samuel Morse no século XIX, a princípio utilizado para transmitir informações entre cidades e não entre longas distâncias (SALGADO, 2013), não é um novo conjunto de símbolos, mas um código para transmitir informações que utilizam os símbolos do alfabeto romano e dos algarismos indos-arábicos. Assim, cada um desses símbolos é padronizado com no máximo cinco sinais (ponto ou traço). A interpretação deles pode ser vista na figura 4.

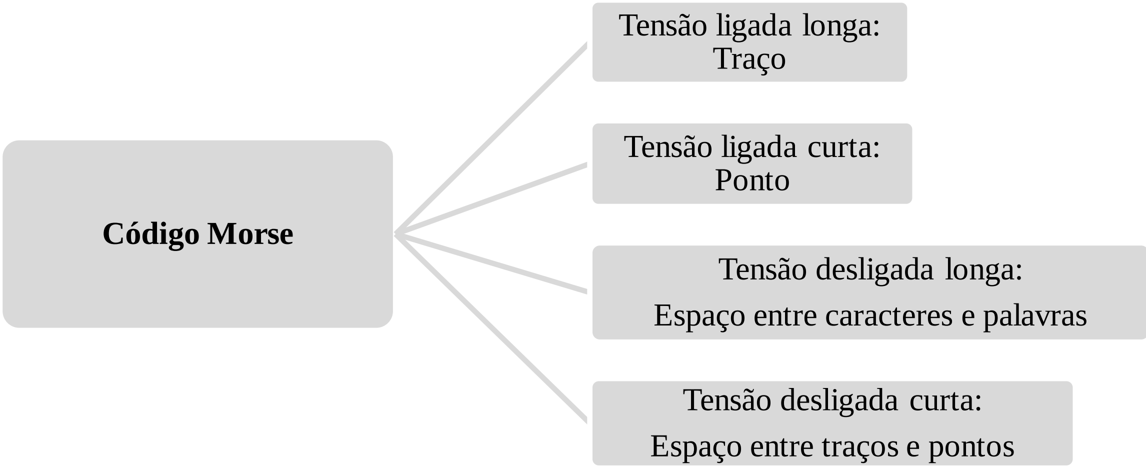

Figura 4: *Interpretação do Código Morse.*
Fonte: *o autor*

É interessante ver que o código Morse, assim como o código de barras, tema central dessa pesquisa, são códigos de representação de dados que se utilizam do alfabeto e dos algarismos decimais. A ideia ao utilizar esses códigos é transmitir uma informação de forma clara e precisa, e essa é a essência da comunicação entre os homens. Seja esta informação decifrável, a qualquer um que dela se aproprie, ou não; no caso, a informação não decifrável, não compreendida, por qualquer um que dela se aproprie, exceto quando aquele que se apropria é o próprio destinatário, é a Criptografia.

A Criptografia embora se assemelhe aos códigos anteriormente citados por serem transmissores de informações claras e precisas, se diferencia pelo fato de utilizar técnicas para transformar a mensagem inicial legível em mensagem ilegível, indecifrável àquele que desconhece a estrutura do código.

Voltando ao tema em questão, com o crescimento acelerado da automação e da economia, as informações precisavam ser transmitidas com maior rapidez e confiabilidade. Novos códigos surgiram para atender a essa necessidade. Os mais populares hoje são:

Código Magnético – É um material magnético (tarja preta), no qual são gravadas as informações. Muito utilizado em cartões de banco por apresentar maior imunidade a fraudes. No entanto é necessário contato físico entre o material e o leitor, para que seja decodificado (lido).

Figura 5: *Cartão Magnético*
Fonte: *http://www.vbnpaineis.com.br/leitores-de-cartoes-controladores-de-acesso.html*

Código de barras - É uma representação gráfica de dados numéricos ou alfanuméricos. A leitura (decodificação) do código é realizada por um tipo de scanner, que emite um raio infravermelho.

Figura 6: *Código de Barras*
Fonte: *http://br.freepik.com/vetores-gratis/upc-a-barra-de-clip-art-codigo_382884.htm*

QR-Code - Código de barras em 2D que pode ser escaneado por alguns aparelhos celulares que têm câmera fotográfica. Esse código, após a leitura (decodificação), passa a ser um trecho de texto, um link que direciona ao acesso de algum conteúdo publicado em determinado site.

Figura 7: *QR-Code*
Fonte: *http://www.engenhariae.com.br/tecnologia/codigos-qr/*

3.2 A História dos Códigos de Barras

Com a intensa necessidade de aperfeiçoamento das condições de vida e com a expansão comercial, tornou-se inviável o fechamento de lojas para balanço, (um hábito das empresas comerciais do qual se derivou a famosa gíria “fechado para balanço”), que acontecia periodicamente a fim de verificar os estoques. Por se utilizar de um método mecânico de análise, tal verificação impedia a comercialização simultânea, ou seja, o funcionamento das lojas. Tornou-se, assim, imprescindível a criação de um método de registro e controle de produtos que substituísse o método manual, caro e difícil, visto que demandava um número maior de pessoas envolvidas no processo e acumulava muitos erros, devido ao uso da digitação de dados.

Para que a identificação de cada produto fosse feita de forma eficiente, a cada um deles deveria se associar um número que lhe fosse único (uma espécie de CPF), e para anular os erros de digitação o ideal era que a leitura desse número fosse automática. A ideia então era que os computadores pudessem “ler” tal código. Daí o desenvolvimento de métodos de entrada de dados, dentre os quais, o código de barras.

Em 1952 foi registrada a primeira patente de um código de barras, descrita por seus inventores como uma classificação de artigos através de identificação de padrões. A patente foi atribuída aos amigos Joseph Woodland, engenheiro mecânico, e Bernard Silver, engenheiro elétrico. Esse código consistia num padrão de circunferências concêntricas de espessura variável (SILVA, 1989).

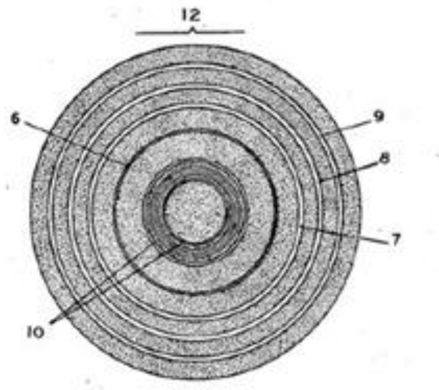

Figura 8: *Primeiro aspecto de um código de barras*
Fonte: *http://www.maiseducativa.com/2012/10/09/o-mundo-as-riscas/*

Em 1970 a IBM com ajuda de Norman Joseph Woodland, seu então funcionário, patenteou a versão mais popular dos códigos de barras o UPC (Universal Product Code), que consistia numa sequência de 12 dígitos.

Na prática a utilização de um código de barras teve início em 1974 nos Estados unidos, quando na manhã do dia 26 de junho um cliente do supermercado Marsh’s em Troy comprou um pacote de chicletes.

Outros tipos de códigos de barras surgiram em seguida, por exemplo, o EAN (European Article Numbering Systen), o EAN-8 e o EAN-13, em 1978, o primeiro utilizado apenas em embalagens pequenas de produtos onde o EAN-13 não pode ser utilizado. Existem outros usados para produtos mais específicos, como o código de barras EAN/ISBN, referência internacional na numeração de livros, publicações não periódicas; o código de barras EAN/ISSN que registra publicações periódicas; e o EAN/DUN-14 usado para identificações em grandes embalagens.

No Brasil os estudos começaram pela Secretaria Especial de Informática, após a obtenção de relatórios preliminares é criado o Conselho de Desenvolvimento Industrial, responsável por coordenar os estudos para a implementação dos códigos de barras no país. À Associação Brasileira de Automação Comercial (ABAC), em 1984, é dada a competência para administrar o código nacional de produtos, e um decreto no mesmo ano definiu o padrão internacional EAN para todo o território brasileiro.

Com a popularização e aceitação mundial do código de barras, veio a demanda por códigos capazes de armazenar maior número de dados. São mais de 20 tipos destes, dentre eles o QR-code, citado anteriormente, que apesar da estrutura diferenciada também é considerado um código de barras.

4 – CÓDIGOS DE BARRAS

A palavra “código” originalmente descrevia uma lei, escrita ou não. Em alguns meios o código tem como objetivo o sigilo. Em geral pode-se dizer que um código está ligado à comunicação e informação.

Com o progresso tecnológico o uso de códigos tornou-se uma constante na identificação de coisas e pessoas; é fundamental no processamento mecanizado de dados. Um código pode ser definido, de acordo com Moreto (1983, p.2), como:

> Um título curto, composto geralmente de uma ou mais letras e/ou algarismos, que identifica um item (coisa, pessoa, evento, etc.) e tem a capacidade de expressar a relação entre este item e os demais itens de natureza igual ou semelhante. A complexidade desta relação está diretamente ligada à complexidade da estrutura de codificação. [...]
> CODIFICAÇÃO é o processo de se aplicar um algoritmo a um conjunto arbitrário de coisas, pessoas, eventos, etc., de uma maneira tal que a cada um deles corresponda um único conjunto de símbolos.

Os códigos eram em geral alfabéticos e alfanuméricos. Atualmente, principalmente pela interação do homem com a máquina, os códigos numéricos têm sido mais utilizados.

Dentre as vantagens na utilização de códigos alfanuméricos destacamos:

- A precisão e agilidade na identificação do objeto;
- Menor espaço ocupado por dígitos e/ou caracteres de identificação que melhor descrevem o objeto;
- Facilidade no acesso aos registros referentes;
- Comparação e agrupamento de itens por características que se assemelham.

Em contrapartida para que não haja duplicidade e dificuldades de compartilhamento das informações relacionadas a determinado código, faz-se necessário evitar algumas situações como: redundância; flexibilidade inadequada, ou seja, aplicação limitada; capacidade de expansão insuficiente; instabilidade; altos custos operacionais, entre outros. Um código redundante, por exemplo, apresenta, desnecessariamente, múltiplas estruturas de codificação que se diferem em geral na forma, tamanho e significado (MORETO, 1979).

Os códigos de barras vêm do sucesso com a captura ótica de dados, atender às necessidades de diversas áreas da sociedade, de agilidade e confiabilidade no processo de registros de informações.

O código de barras possui duas formas de representação de informações. Uma delas é a representação gráfica, feita através de barras paralelas verticais de larguras variadas; a outra é a representação numérica decimal, formada por dígitos, algarismos do sistema de numeração decimal.

Vejamos a figura:

0 36000 29145 2

Figura 9: *Código de Barras*

Fonte: *http://super.abril.com.br/cultura/descubra-origem-codigo-barras-703988.shtml*

Cada código numérico sempre estará associado a uma única imagem de barras verticais, e ambos representarão um único produto.

Scanners de leitura ótica são utilizados para ler (decodificar esses códigos), através de um laser que passa transversalmente pelas barras. Na impossibilidade de leitura, por exemplo quando o desenho do código no produto estiver danificado, um operador digita o código numérico através do teclado.

4.1 Tipos de Códigos de Barras

- Código UPC – Significa código universal de produtos. É um dos mais populares. Utilizado nos Estados Unidos e no Canadá. Possui 12 dígitos, como descrito na seção anterior, o primeiro algarismo especifica o tipo de produto, os cinco algarismos seguintes identificam o fabricante e o segundo grupo de cinco algarismos identifica o produto em si, o último algarismo é conhecido como *dígito verificador*.

Figura 10: *código UPC*
Fonte: *http://www.investix.fr/anglais/faqca.htm*

- Código EAN 8 – Utilizado em embalagens pequenas, possui 8 dígitos. Os dois ou três primeiros identificam o país de origem, os cinco (ou quatro) seguintes o fabricante e item, e o último é o dígito verificador.

Figura 11: *EAN-8*
Fonte: *http://www.investix.fr/anglais/faqca.htm*

- Código EAN-13 – Número de artigo europeu possui 13 dígitos. Os primeiros dois ou três dígitos identificam o país de origem do fabricante do produto, os próximos quatro ou cinco (depende de quantos foram usados na identificação do país) identificam o fabricante, os cinco seguintes identificam o produto em si, e o último algarismo é conhecido como dígito verificador. Este código é o mais usado no mundo.

Figura 12: *EAN-13*
Fonte: *http://www.investix.fr/anglais/faqca.htm*

- Código EAN/ISBN – referência internacional na numeração de livros, publicações *não periódicas*. International Standard Book Number (Número Padrão Internacional de Livro). Possui 13 dígitos, os três primeiros indicam o tipo de indústria, nesse caso, de livros; os dois seguintes o grupo (a língua escrita); os próximos quatro a editora, que selecionam os outros três de acordo com o item; e por último o dígito verificador. Esse sistema utiliza códigos com dez dígitos, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e a letra X, usada apenas, quando o dígito verificador for equivalente ao número 10. Confira a seção 4.2 a seguir que descreve o procedimento de escolha do dígito verificador.

Figura 13: *Código EAN/ISBN*
Fonte: *http://jamillan.com/librosybitios/2010/03/isbn-y-libro-electronico/*

- Código EAN/ISSN – registra publicações *periódicas* (International Standard Serial Number) é um código numérico que identifica revistas, jornais, entre outros. É representado por 13 dígitos, três dos quais se referem ao prefixo EAN para ISSN; nove indicam a numeração ISSN, e por último o dígito verificador. Esse código poderá ter ainda um adendo complementar de informações, como número de série, edição, etc.

Figura 14: *Código EAN/ISSN*
Fonte: *http://imsbarcodes.com/assets/bc_samples/ISSN+2%2017x27.htm*

- Código EAN/DUN -14 – usado para identificações em grandes embalagens. O primeiro indica a embalagem, os próximos sete o fabricante, depois cinco para indicar o item e por último o dígito verificador.

8 41 23311 05578 1

Figura 15: *EAN/DUN - 14*
Fonte: *http://www.dun14.com/*

4.2 Estrutura e leitura do código de barras

Nesta seção discutiremos a matemática envolvida na estrutura e na leitura dos códigos de barras. Tal discussão será feita apenas para os códigos do tipo UPC e EAN-13.

4.2.1 Código de Barras UPC

O código de barras UPC é formado por 12 algarismos organizados da seguinte maneira: *x-xxxxx-xxxxx-x*. O primeiro algarismo especifica o tipo de produto, os cinco algarismos seguintes identificam o fabricante e o segundo grupo de cinco algarismos identifica o produto em si. O último algarismo, conhecido como *dígito verificador* ou *código de controle*, é utilizado para detectar erros.

Para ilustrar a composição do código observemos a figura 16:

0 12345 67890 5

Figura 16: *Código UPC*
Fonte: *http://www.navitor.com/LabelWorks/help/Barcode-Symbology.aspx*

O primeiro algarismo, 0 (zero), indica um produto de consumo usual; Outros exemplos são o algarismo 2 que indica um produto que deve ser pesado na loja, e o 3 que indica medicamentos e produtos relacionados à saúde.

Quanto ao desenho das barras, ele é formado por listras brancas e pretas de diferentes espessuras, que podem ser classificadas como finas, médias, grossas ou muito grossas. A cada uma dessas listras se associa uma sequência de dígitos ‘0’ ou ‘1’, de acordo com a cor e a espessura da listra. Utilizam-se os dígitos 0, 00, 000, 0000 para indicar, respectivamente, uma listra branca fina, uma listra branca média, uma listra branca grossa e uma muito grossa. Da mesma forma, representa-se por 1, 11, 111 e 1111, uma listra preta fina, média, grossa ou muito grossa, respectivamente. As duas primeiras, as duas do meio e as duas últimas listras, indicam apenas o início, a separação do código em lado direito e lado esquerdo, e o fim do código, respectivamente. A essas listras, especificamente, não associamos nenhuma sequência de dígitos.

Essa relação entre a espessura da listra vertical e dos dígitos um e zero deve-se à maneira como o computador interpreta a leitura (decodificação) dessa imagem. Nesse caso, a sequência de dígitos 0 ou 1 que indicam a espessura de listra branca ou preta, é apenas a representação computacional da imagem que vemos.

Cada um dos 12 algarismos que compõem o código é representado por uma sequência de sete dígitos iguais a 0 ou 1. Essa sequência por sua vez é associada, como descrito acima, a uma sucessão de listras brancas e pretas justapostas.

Ainda observando a figura 16, veja a relação da imagem com o código numérico:

0 12345 67890 5

- O algarismo zero, por exemplo, é representado, no lado esquerdo do código, pela sequência 0001101, ou seja: listra vertical branca grossa, preta média, branca fina, preta fina.
- O algarismo 1 é representado, no lado esquerdo do código, pela sequência de listras verticais: branca média, preta média, branca média, preta fina, ou seja: 0011001.

O primeiro questionamento seria como garantir que o código não seja identificado na ordem contrária, ou seja, lido de "cabeça para baixo", caso o operador do caixa de uma loja o posicionasse dessa maneira para fazer a sua leitura. Para que isso não ocorra, os dígitos são identificados de maneiras diferentes quando estão do lado esquerdo ou do lado direito do código. Para identificar certo algarismo do lado direito do código basta trocar o dígito 1 pelo 0 e vice-versa, baseado em sua representação do lado esquerdo. Veja na tabela 1 como são identificados os dígitos dos lados esquerdo e direito.

Dígito	Lado esquerdo	Lado direito
0	0001101	1110010
1	0011001	1100110
2	0010011	1101100
3	0111101	1000010
4	0100011	1011100
5	0110001	1001110
6	0101111	1010000
7	0111011	1000100
8	0110111	1001000
9	0001011	1110100

Tabela 1: *Representação computacional dos dígitos, do código UPC.*
Fonte: *MILIES, César Polcino. A Matemática dos Códigos de Barras.*

A figura abaixo mostra a separação do grupo de barras referente a cada algarismo de um código UPC, figura 16:

Adaptado de: *http://www.navitor.com/LabelWorks/help/Barcode-Symbology.aspx*

Observe que a representação do algarismo 5 do lado esquerdo do código é 0110001, enquanto do lado direito é 1001110. Do lado esquerdo o dígito 5 possui três, uma quantidade ímpar de algarismos 1 em sua representação, do lado direito ele possui quatro, uma quantidade par de algarismos 1 em sua representação. Assim, verificando a paridade da sequência de sete dígitos o computador consegue identificar de que lado está sendo lido esse código.

4.2.2 Código de Barras EAN-13

O código de barras EAN-13 é formado por 13 algarismos organizados da seguinte maneira: *x-xxxxxx-xxxxxx*. Os primeiros dois ou três dígitos identificam o país de origem do fabricante do produto, os próximos quatro ou cinco (depende de quantos foram usados na identificação do país) identificam o fabricante, os cinco seguintes identificam o produto em si, e o último algarismo conhecido como *dígito verificador* ou *código de controle*, é utilizado para detectar erros.

O código EAN-13 surgiu com a necessidade de acrescentar um dígito para identificar o país de origem do produto, ampliando o sistema de código UPC, mas essa mudança precisava acontecer de maneira que o mesmo leitor de imagens pudesse identificar o código UPC e EAN-13, do contrário o custo com novos equipamentos seria grande. Assim, o código aumentaria um dígito e teria que manter o mesmo padrão de tamanho do código de barras. A ideia era inserir o novo dígito de modo que este estivesse implícito na forma de escrita de todos os outros.

Para isso foram utilizados diversos padrões de paridade, na codificação do lado esquerdo, que variam, dependendo do dígito inicial, e orientará a codificação dos outros seis. Os lados direito e esquerdo ficam agora definidos como: esquerdo com sete algarismos e o direito se mantém com seis, nesse caso a estrutura para o lado direito será a mesma para os códigos UPC e EAN-13.

Para atender a mudança de forma precisa foram criadas duas tabela de codificação.

A primeira tabela descreve a sequência de dígitos 0 e 1 que formam cada algarismo de acordo com seu posicionamento no código. Ou seja, de acordo com o posicionamento do algarismo no código, a ele é associada uma sequência de listras brancas e pretas de diferentes espessuras, e consequentemente uma sequência de dígitos 0 e 1 na interpretação computacional:

Dígito	Lado esquerdo (ímpar)	Lado esquerdo (par)	Lado direito
0	0001101	0100111	1110010
1	0011001	0110011	1100110
2	0010011	0011011	1101100
3	0111101	0100001	1000010
4	0100011	0011101	1011100
5	0110001	0111001	1001110
6	0101111	0000101	1010000
7	0111011	0010001	1000100
8	0110111	0001001	1001000
9	0001011	0010111	1110100

Tabela 2: *Representação computacional dos dígitos, do código EAN.*
Fonte: *MILIES, César Polcino. A Matemática dos Códigos de Barras.*

Veja que o algarismo 8, se posicionado do lado direito do código estará associado à sequência 1001000, que representa: listra preta fina, listra branca média, listra preta fina e listra branca grossa. Posicionado do lado esquerdo do código ele possui duas configurações possíveis: 0110111, uma quantidade ímpar de algarismos 1, ou 0001001, uma quantidade par de algarismos 1. Note que a primeira configuração possível é a mesma referente ao código de barras UPC, enquanto a segunda é a mesma dada quando o algarismo 8 está posicionado do lado direito, mas com a ordem dos algarismos invertida.

Com a necessidade de ampliar o código UPC, dando origem ao código EAN-13, e ainda assim manter a leitura dos códigos já existentes, visto que seria custoso para as lojas adquirir diferentes leitoras para cada um dos códigos (UPC e EAN-13), criaram-se duas possibilidades para o grupo de algarismos do lado esquerdo do código. A sequência dos seis algarismos da esquerda ficou definida de acordo com a tabela 3.

Para cada dígito inicial escolheu-se uma alternância diferente de pares e ímpares de acordo com o critério apresentado pela tabela 3.

Os produtos de fabricantes brasileiros são identificados com a sequência 789, ou seja, produtos de fabricantes registrados no Brasil possuem o código de barras iniciados com a sequência de algarismos 789.

Considere o código de um produto brasileiro: 7 898357 417892. O algarismo que deverá estar implícito nos demais será o algarismo 7, nesse caso, de acordo com a tabela 3 de codificação EAN-13 o lado esquerdo deverá ter a seguinte formatação: ímpar, par, ímpar, par, ímpar, par. Da tabela 2 obtemos:
8 (0110111); 9 (0010111); 8 (0110111); 3 (0100001); 5 (0110001); 7 (0010001).

Para os dígitos do lado direito mantemos a formatação:
4 (1011100); 1 (1100110); 7 (1000100); 8 (1001000); 9 (1110100); 2 (1101100).

Dígito inicial	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
0	Ímpar	Ímpar	ímpar	ímpar	Ímpar	Ímpar
1	Ímpar	ímpar	Par	ímpar	Par	Par
2	Ímpar	ímpar	Par	par	Ímpar	Par
3	Ímpar	ímpar	Par	par	Par	Ímpar
4	Ímpar	Par	ímpar	ímpar	Par	Par
5	Ímpar	Par	Par	ímpar	Ímpar	Par
6	Ímpar	Par	Par	par	Ímpar	Ímpar
7	Ímpar	Par	ímpar	par	Ímpar	Par
8	Ímpar	Par	ímpar	par	Par	Ímpar
9	Ímpar	Par	Par	ímpar	Par	Ímpar

Tabela 3: *Sequência de representação computacional dos dígitos segundo a tabela 2.*
Fonte: *MILIES, César Polcino. A Matemática dos Códigos de Barras.*

Acompanhe o exemplo que mostra a separação do grupo de barras referente a cada algarismo de um código EAN-13, a figura 17, feita pelo autor ao acrescentar acima desta uma linha separando as barras e o algarismo associado:

Figura 17: *código de barras EAN-13*
Adaptado de: *http://digitalsong.com.br/cod_ean.html*

Para entender melhor como é construído esse código, veja que de acordo com o dígito inicial 7 a sequência de dígitos 0 e 1 representante de cada um dos algarismos do código, deve obedecer a combinação disposta na tabela 3, e posteriormente é feita uma consulta a tabela 2.

A tabela 4 a seguir é apenas uma organização por tabela, dos dados retirados das tabelas 2 e 3:

Dígito	Definição de acordo com a tabela 2	Sequência do lado esquerdo de acordo com a tabela 3	Sequência do lado direito
7	Define a sequência dos demais dígitos do lado esquerdo como: ímpar, par, ímpar, par, ímpar, par.		
8	Ímpar	0110111	
9	Par	0010111	
8	Ímpar	0110111	
3	Par	0100001	
5	Ímpar	0110001	
7	Par	0010001	
4			1011100
1			1100110
7			1000100
8			1001000
9			1110100
2			1101100

Tabela 4: *Tabela de interpretação do código referente à figura15*
Fonte: *o autor*

4.3 Dígito verificador

Quando o scanner não consegue “ler” o código, um operador digita a sequência numérica referente, que aparece logo abaixo da imagem das barras. Digitando manualmente esse código, há uma possibilidade de que o código digitado esteja errado. Nesse caso, é preciso identificar o erro. Nessa seção pretende-se mostrar como, utilizando a matemática elementar, a máquina reconhece que há um erro.

Nas seções anteriores deste capítulo, quando foi identificado cada grupo de dígitos do código, viu-se que o último algarismo é conhecido como *dígito verificador*. Será este o dígito utilizado para a detecção de erros.

Considere então um código genérico EAN-13, identificado por $a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9a_{10}a_{11}a_{12}x$. Esse código agora será tratado como um vetor, do R^{13}, a saber, o vetor $\alpha = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}, x)$.

O sistema EAN-13 se utiliza de um vetor fixo, chamado *vetor de pesos*:

$$w = (1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1).$$

Calcula-se o produto escalar do vetor genérico pelo vetor de pesos:

$$\alpha\,.w = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}, x)\,.\,(1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1) =$$
$$= a_1 + 3a_2 + a_3 + 3a_4 + a_5 + 3a_6 + a_7 + 3a_8 + a_9 + 3a_{10} + a_{11} + 3a_{12} + x.$$

Agora, o dígito verificador *x* é escolhido entre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, de tal forma que a soma acima seja um múltiplo de 10.

Vejamos um exemplo para entender melhor como é determinado o dígito verificador. Considere o código dado pela figura 18:

6 594267 856417

Figura 18 – *Código EAN-13*
Fonte: *http://www.investix.fr/anglais/faqca.htm*

Aqui, o dígito verificador é 7. Com efeito, se $\alpha = (6,5,9,4,2,6,7,8,5,6,4,1,x)$, então fazendo o produto escalar $\alpha\,.\,w$, temos:

$$\alpha\,.w = 6 + (3 \times 5) + 9 + (3 \times 4) + 2 + (3 \times 6) + 7 + (3 \times 8) + 5 + (3 \times 6) + 4$$
$$+ (3 \times 1) + x = 123 + x$$

Para que o resultado seja múltiplo de 10, de fato devemos ter *x=7*, pois *123+7=130* é múltiplo de 10.

Agora se ocorresse um erro de digitação e o código digitado fosse: 6 594267 85541 7, o produto escalar $\alpha.\,w$, seria:

$$\alpha\,.w = 6 + (3 \times 5) + 9 + (3 \times 4) + 2 + (3 \times 6) + 7 + (3 \times 8) + 5 + (3 \times 5) + 4$$
$$+ (3 \times 1) + 7 = 127$$

Mas 127 não é múltiplo de 10, daí sabe-se que houve um erro de digitação.

Para entender o porquê da escolha desse vetor de pesos w, é importante saber quais são os erros de digitação mais frequentes. A digitação de um único algarismo errado do código ocorre com uma frequência aproximada de 79% de todos os erros. O percentual de erro de troca de algarismos consecutivos do código de barras é de 10,2%. Veja a figura 18:

Tipo de erro		Frequência relativa
erro único	*...a...→...b...*	79
transposição adjacente	*...ab...→...ba...*	10,2

Figura 18 – *Tabela de frequência de erros*
Adaptado de: *MILIES, César Polcino. A Matemática dos Códigos de Barras: detectando erros*

Se $\alpha = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{13})$ é o vetor associado ao código numérico do produto, considere o produto escalar $\alpha\,.\,w$:

$$\alpha\,.w = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{13}).\,(1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1) =$$
$$= a_1 + 3a_2 + a_3 + 3a_4 + a_5 + 3a_6 + a_7 + 3a_8 + a_9 + 3a_{10} + a_{11} + 3a_{12} + a_{13} = 10k.$$

Escolher o 3 (ou outro número natural que seja primo com 10) implicará que sempre que uma pessoa cometer um erro de digitação, esse erro poderá ser identificado. De fato, cometer esse erro é o mesmo que no lugar de algum 'a_i' digitar '$a_i + c'$, onde $0 < |c| < 10$. Dessa forma o produto escalar seria igual a:

$$a_1 + 3a_2 + a_3 + 3a_4 + a_5 + 3a_6 + a_7 + 3a_8 + a_9 + 3a_{10} + a_{11} + 3a_{12} + a_{13} + \boldsymbol{c} = 10k + \boldsymbol{c},$$

ou então igual a:

$$a_1 + 3a_2 + a_3 + 3a_4 + a_5 + 3a_6 + a_7 + 3a_8 + a_9 + 3a_{10} + a_{11} + 3a_{12} + a_{13} + \boldsymbol{3c} = 10k + \boldsymbol{3c},$$

dependendo do índice i.

Nos dois casos o produto escalar não será um múltiplo de 10, pois o segundo membro da igualdade será igual a $10k + c$ ou a $10k + 3c$, e c e $3c$ não são múltiplos de 10. Observe que o fato de mdc(10,3)=1 é importante para essa última conclusão. Mas ainda, se no vetor de pesos trocássemos todos os dígitos '3' por qualquer outro número inteiro positivo b com mdc(b,10)=1, obteríamos o mesmo resultado.

Se *b=1*, o vetor de pesos seria:

$$w = (1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)$$

No entanto esse vetor identifica o erro único de dígitos apenas, e não o de transposição adjacente. Por isso a escolha do número 3.

O código UPC difere do código EAN-13, pois utiliza apenas 12 dígitos e o vetor de pesos utilizado pelo UPC também tem um dígito a menos. Usa-se então o vetor (3,1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1).

Se mais de um erro for cometido, não haverá garantias de que o erro seja identificado, pois eles poderiam se "compensar", e a soma resultar em um múltiplo de 10. Além disso, o erro de transposição de adjacentes nem sempre é verificado. De fato, considere o seguinte exemplo: Suponha que o código 5 781402 004937, digitado erroneamente da forma 5 781402 009437. Esse é um erro do tipo transposição adjacente. Calculando o produto escalar obtemos:

$$(5,7,8,1,4,0,2,0,0,9,4,3,0) \, . \, (1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1) =$$
$$= 5 + 21 + 8 + 3 + 4 + 0 + 2 + 0 + 0 + 27 + 4 + 9 + 7 =$$
$$= 90.$$

Nesse caso, especificamente, o erro poderia não ser detectado, pois 90 é um múltiplo de 10.

Consideremos o vetor $(a_1, \ldots, a_i, a_{i+1}, \ldots, a_{12}, a_{13})$ e o vetor de pesos $w = (1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1)$. Fazendo o produto escalar de α por w obteríamos:

$$a_1 + \cdots + a_i + 3a_{i+1} + \cdots + x = 10q.$$

Agora, consideremos que tenha sido feito um erro de digitação do tipo transposição adjacente. O vetor α' dado pelo código numérico seria $\alpha' = (a_1, \ldots, a_{i+1}, a_i, \ldots, x)$ e o produto escalar α' por w seria:

$$a_1 + \cdots + a_{i+1} + 3a_i + \cdots + x.$$

Suponha que o erro não tenha sido detectado. Então, o último somatório também é múltiplo de 10, digamos, que ele seja igual a $10k$, k inteiro. Subtraindo a segunda equação da primeira, temos: $2a_{i+1} - 2a_i = 10(q - k)$, logo $a_{i+1} - a_i = 5r$, com $q, k \; e \; r \in Z$ e $1 \leq i \leq 13$.

Daí, conclui-se que: o erro transposição adjacente não será detectado se, e somente se, $|a_{i+1} - a_i| = 5$.

Do exemplo, na troca dos dígitos adjacentes, 4 e 9, tem-se: $|4 - 9| = 5$.

Embora na seção anterior tenha sido explicado apenas o funcionamento dos códigos de barras UPC e EAN-13, nesta é interessante exemplificar o uso do dígito verificador num código de barras ISBN, onde o vetor de pesos utilizado é o $(10,9,8,7,6,5,4,3,2,1)$. Sendo esse o dígito verificador, o produto escalar deve ser um múltiplo de 11. Considere o código ISBN: 85-352-1095-4, figura 20:

ISBN 85-352-1095-4

9 788535 210958

Figura20: *código de barras ISBN*
Fonte: *http://www.luis.blog.br/o-que-significa-issn-e-isbn-qual-a-diferenca-entre-icms-ipi-e-iss.aspx*

Agora o produto escalar $(8,5,3,5,2,1,0,9,5,4) \, . \, (10,9,8,7,6,5,4,3,2,1)$ é igual a $80 + 45 + 24 + 35 + 12 + 5 + 0 + 27 + 10 + 4 = 242$, que é múltiplo de 11.

Considere o código ISBN 85-352-1095-X. Aqui, supomos que o dígito verificador ainda não foi definido. A fim de determiná-lo, devemos calcular:

$$
\begin{aligned}
(8,5,3,5,2,1,0,9,2,x).\,(10,9,8,7,6,5,4,3,2,1) \\
&= 80 + 45 + 24 + 35 + 12 + 5 + 0 + 27 + 4 + x \\
&= 232 + x.
\end{aligned}
$$

Na divisão de 232 por 11, obtemos resto 1, logo o dígito verificador deveria ser igual ao número 10 (portanto, um número com dois algarismos!). Nesse caso, mantém-se como dígito a letra X, como descrito na seção 4.1.

5 – O ESTUDO DOS CÓDIGOS DE BARRAS EM SALA DE AULA

Entendendo que a matemática presente nos códigos de barras é a mesma apresentada no ensino fundamental e no ensino médio; e acreditando que contextualizando os conceitos matemáticos com o objeto de estudo, algo que já faz parte do cotidiano do educando, é possível dar materialidade a algo abstrato; este capítulo apresenta sugestões de atividades para a sala de aula utilizando esse recurso. Ao aluno damos a oportunidade de viver a matemática, tocá-la enquanto objeto concreto, vivenciá-la de maneira a participar ativamente do processo de ensino-aprendizagem.

A utilização dos códigos de barras como objeto de pesquisa e de aprendizagem matemática é rica no sentido de abranger alunos em diferentes níveis de ensino. As atividades propostas podem variar de acordo com os objetivos a serem alcançados, observando o ano de escolaridade do aluno, e definindo os conhecimentos previamente adquiridos, necessários ao desenvolvimento da atividade.

Dois pontos importantes observados nesse estudo foram a possibilidade de abordar dois importantes temas do ensino de matemática: o pensamento lógico na construção de padrões, para alunos do segundo segmento do ensino fundamental; e uma aplicação do produto escalar de vetores, para alunos do ensino médio.

5.1 Atividades propostas

Atividade 1: Reconhecendo códigos de barras e sua estrutura.
Ano de escolaridade: 6°ano do Ensino Fundamental
Unidade de ensino: Conjunto dos números naturais: utilizados para codificar; desenvolvimento lógico matemático na descoberta de padrões.
Recursos: Utilização de material concreto – produtos de diferentes fabricantes e diferentes produtos de um mesmo fabricante. Seguem as imagens 21, 22, 23, 24, 25 e 26 como exemplos de produtos para serem utilizados na atividade.
Estratégias: Analisar os códigos de barras impressos nas embalagens dos produtos apresentados.
Objetivos específicos: Identificar produtos de diferentes países; identificar diferentes itens de um mesmo fabricante, estabelecendo padrões;

Figura 21: *Biscoito recheado do fabricante Piraquê – Código: 7 896024 727633.*
Fonte: *o autor*

Figura 22: *Biscoito salgado Piraquê – Código: 7 896024 720467*
Fonte: *o autor*

Figura 23: *Biscoito maisena Piraquê – Código: 7 896024 722324*
Fonte: *o autor*

Figura 24: *Produto de um fabricante brasileiro – Código: 7 899026 478909*
Fonte: *o autor*

Figura 25: *Produto de um fabricante argentino – Código: 7 791969 016012*
Fonte: *o autor*

Figura 24: *Produto de um fabricante norte americano – Código: 0 667526 961361*
Fonte: *o autor*

Nessa atividade é interessante incentivar os alunos a descobrirem as semelhanças entre os códigos dos produtos, estabelecer relações e construir padrões.

Como, por exemplo, os biscoitos da marca Piraquê (figuras 21, 22 e 23) são identificados não só com o número 789 referente ao país de origem (Brasil), mas identificados com a referência do fabricante 6024.

Seria interessante também construir uma tabela com os códigos referentes a alguns dos mais importantes países na atualidade, ou os de maior relação comercial com o Brasil, como, por exemplo, mostra a tabela 5:

Código	Localidade
00-13	EUA e Canadá
690-692	China
46	Rússia
890	Índia
600-601	África do Sul
400-440	Alemanha
789	Brasil
780	Chile
779	Argentina
30-37	França
80-83	Itália
410	Inglaterra

Tabela 5: *Código referente ao país de origem do fabricante.*
Fonte: http://pt.scribd.com/doc/28465275/Codigo-de-Barras

Uma característica comum a alguns dos materiais didáticos disponíveis é a utilização de códigos apenas para exemplificar o uso de números naturais. Não há um maior detalhamento da especificidade de cada código, da relação unívoca entre o código e o objeto a que representa.

Atividade 2: Associando dígitos verificadores
Ano de escolaridade: 6°ano do Ensino Fundamental
Unidade de ensino: Determinar o valor de uma incógnita / Divisibilidade por 10 / Paridade.
Recursos: Utilização de material concreto – produtos e seus códigos de barras.
Estratégias: Utilizar códigos de barras com a ausência do dígito verificador.
Objetivos específicos: Determinar o dígito verificador de um código de barras.

Dando continuidade à atividade anterior e o estudo de códigos de barras, nesta atividade o aluno toma conhecimento da funcionalidade do dígito verificador.

Acompanhe o exemplo: Determine o dígito verificador do produto cujo código de barras é 7 896036 09511X. Os dígitos são identificados da esquerda para a direita por a_1, a_2, ..., a_{12}, x; Assim, os dígitos de ordem par serão multiplicados por 3 e os resultados somados aos outros dígitos, de ordem ímpar, e a X. Lembre-se que o resultado de adição deve ser um múltiplo de 10.

Imagem 27: *Produto com ausência do dígito verificador*
Fonte: *o autor*

Solução: Dígitos de ordem ímpar: $a_1=7$; $a_3=9$; $a_5=0$; $a_7=6$; $a_9=9$; $a_{11}=1$, $a_{13}=X$.

Dígitos de ordem par multiplicados por 3: $3a_2=24$; $3a_4=18$; $3a_6=9$; $3a_8=0$; $3a_{10}=15$; $3a_{12}=3$.

Somando as parcelas: $7+9+0+6+9+1+24+18+9+0+15+3+x = 101+x$.

Assim, o valor da incógnita X é 9 e a soma 110, um múltiplo de 10.

Atividade 3: Associando dígitos verificadores
Ano de escolaridade: 3° ano do Ensino Médio
Unidade de ensino: Determinar o valor de uma incógnita / Divisibilidade por 10 / Produto escalar.
Recursos: Utilização de material concreto – produtos e seus códigos de barras.
Estratégias: Utilizar códigos de barras com a ausência do dígito verificador.
Objetivos específicos: Determinar o dígito verificador de um código de barras, verificar se a digitação de um código de barras está correta ou não.

Considerando as mesmas questões da atividade 2, e o currículo do ensino médio, essa atividade segue uma proposta semelhante à anterior.

Acompanhe o exemplo:

Etapa 1 – Determine o dígito verificador do produto cujo código de barras é 7 896024 72046X. Usando os dígitos do código como coordenadas de um vetor, e o vetor de pesos $(1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1)$. Lembre-se que o produto escalar deve ser um múltiplo de 10.

Solução: Seja o produto escalar

$$(7,8,9,6,0,2,4,7,2,0,4,6,x).(1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1) =$$
$$= 7 + 24 + 9 + 18 + 0 + 6 + 4 + 21 + 2 + 0 + 4 + 18 + x.$$

Assim obtém-se a soma $113 + x$, que deve ser um múltiplo de 10. Então $x = 7$.

Etapa 2 – Verifique se houve algum erro de digitação do código: 7 896024 720367. Usando os dígitos do código como coordenadas de um vetor, e o vetor de pesos $(1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1)$. Lembre-se que o produto escalar deve ser um múltiplo de 10.

Solução: Seja o produto escalar

$$(7,8,9,6,0,2,4,7,2,0,3,6,7).(1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1) =$$
$$= 7 + 24 + 9 + 18 + 0 + 6 + 4 + 21 + 2 + 0 + 3 + 18 + 7.$$

Assim obtém-se a soma 119, mas 119 não é um múltiplo de 10. Então houve um erro de digitação.

Nessa atividade o aluno tem a oportunidade de aplicar o conceito de produto escalar, e reconhecer a presença deste na estrutura computacional de verificação de erros na digitação de códigos de barras. Os livros didáticos apresentam aplicações pouco usuais, essa é uma oportunidade de compreender a importância desse conceito computacionalmente e em um problema do cotidiano.

Atividade 5: Interdisciplinaridade
Ano de escolaridade: 8° e 9°ano do ensino fundamental
Unidade de ensino: História dos códigos de barras
Recursos: Folhas para registro de dados
Estratégias: Registros históricos do período em que os códigos barras foram implementados no Brasil.
Objetivos específicos: descrever argumentos históricos que dão sentido a expressão popular “fechado para balanço”.

A expressão “fechado para balanço” (veja seção 3.2) ainda é muito utilizada, embora muitos, nascidos nos últimos 20 anos não conheçam a sua origem. Sugerir a pesquisa da origem dessa expressão, em qual situação era usada e porque não há mais a necessidade de fechar as lojas para balanço, dará ao aluno o entendimento da necessidade de codificar produtos e um dos benefícios trazidos pela implementação dos códigos de barras.

Atividade 6: Probabilidade de erros
Ano de escolaridade: 2°ano do Ensino Médio
Unidade de ensino: Probabilidade
Recursos: Folhas para registro de dados
Estratégias: Conhecer os erros mais comuns, e escrever o espaço amostral.
Objetivos específicos: Determinar a probabilidade de um evento ocorrer.

Considerando a figura 16, capítulo 4, que apresenta o erro de transposição e acontece em 10,2% dos casos, calcule a probabilidade de que ele aconteça e não seja identificado, visto que esse erro não é identificado quando o módulo da diferença, $|a_{i+1} - a_i|$, entre esses dígitos é 5.

Solução: Considerando os 10 algarismos que aparecem em códigos de barras UPC e EAN-13: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

Número de casos no espaço amostral: $10 \times 10 = 100$, subtraído os casos nos quais os adjacentes forem iguais, 00, 11, ..., 99. Assim, $10 \times 10 - 10 = 90$
Agora, considerando dígitos consecutivos a_i e a_{i+1}em um código com o módulo da diferença igual a 5, $|a_{i+1} - a_i| = 5$, definido os casos nos quais o erro não é detectado: {(0,5);(1,6);(2,7);(3,8);(4,9);(5,0);(6,1);(7,2);(8,3);(9,4)}
Assim a probabilidade desse erro não ser detectado é de: $\frac{10}{90} \cong 11,1$%.
Observe que o erro único, descrito na figura 16, acontece em 80% dos casos e como visto na seção 4.3 sempre será detectado com a utilização do vetor de pesos $(1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1)$. Enquanto o erro adjacente de ocorrência igual a 10,2% não será identificado em 11,1% destes 10,2%. Ou seja, não serão identificados erros em aproximadamente 1,13% dos casos considerados mais corriqueiros.

Observação: Os códigos de barras já foram usados em contextualização de problemas sobre probabilidade em uma prova do ENEM em 2002:

"O código de barras, contido na maior parte dos produtos industrializados, consiste num conjunto de várias barras que podem estar preenchidas com cor escura ou não. Quando um leitor óptico passa sobre essas barras, a leitura de uma barra clara é convertida no número 0 e a de uma barra escura, no número 1. Observe a seguir um exemplo simplificado de um código em um sistema de código com 20 barras.
Se o leitor óptico for passado da esquerda para a direita irá ler: 01011010111010110001. Se o leitor óptico for passado da direita para a esquerda irá ler: 10001101011101011010.
No sistema de código de barras, para se organizar o processo de leitura óptica de cada código, deve-se levar em consideração que alguns códigos podem ter leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, como o código 00000000111100000000, no sistema descrito acima.
Em um sistema de códigos que utilize apenas cinco barras, a quantidade de códigos com leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, desconsiderando-se todas as barras claras ou todas escuras, é:
a) 14. b) 12. c) 8. d) 6. e) 4."

A solução desse problema é dada como segue. São cinco barras $b_1b_2b_3b_4b_5$, Considerando que a leitura da esquerda para direita e da direita para a esquerda será a mesma, tem-se $b_1=b_5$ e $b_2=b_4$. Daí 2 possibilidades para b_1, 2 para b_2 e 2 para b_3. $2^3=8$. Excluindo as duas possibilidades que apresentam cinco barras de cor igual, ou seja, todas as barras na cor branca ou todas na cor preta, são 6 possibilidades.

6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

A prática da leitura e da resolução de problemas significativos em sala de aula, nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática, refletem resultados em todas as demais áreas. Não é à toa que essa tem sido uma constante em avaliações promovidas pelo MEC, verificar situações nas quais o aluno utiliza estratégias de resolução de problemas que mobilizem seus recursos cognitivos, SAEB. Os parâmetros curriculares nacionais do ensino médio apontam para um conjunto de competências que são esperadas do educando, dentre elas dominar diferentes linguagens. Nesse sentido o estudo dos códigos de barras permite aprender matemática de forma contextualizada e integrada a outros conhecimentos. Permite ao aluno ler e interpretar códigos de barras, reconhecê-los, e compreender o significado dos dados apresentados.

O uso da Modelagem Matemática em sala de aula motiva os alunos facilitando sua aprendizagem, além disso, de uma maneira geral permite que o aluno compreenda o papel sociocultural da matemática.

A evolução dos protocolos de informação tem acontecido de forma rápida e expansiva, são vários os códigos com os quais nos deparamos no nosso dia a dia, o QR-code citado nesta pesquisa já é objeto de uso frequente em vários países.

Aqui no Brasil, a ideia de dígitos verificadores já é utilizada, além dos códigos de barras aqui apresentados, em codificações como: CPF, CNH, Passaporte, Título de eleitor, PIS/PASEP, Carteira de trabalho, Certificado de reservista, boletos de cobranças, em títulos e taxas municipais e estaduais, contas de concessionárias de serviços públicos, CNPJ e identificação de agência e contas bancárias. No entanto, esse assunto não é tratado nas escolas de educação básica.

Os códigos de barras aparecem vez ou outra em materiais didáticos, exemplificando um tipo de utilização de números naturais: o de codificar. Essa seria uma excelente oportunidade de permitir ao educando explorar os códigos de barras, e incentivar a descoberta de padrões fazendo-o perceber como a matemática se faz presente em algo tão popular.

A este trabalho não interessa definir instrumentos matemáticos e metodologias de ensino, nem tão pouco limitar a aplicação dos códigos de barras a determinado assunto ou ano de escolaridade. O que se espera ao fim desse texto, é que o leitor-professor se sinta motivado a buscar objetos codificados e se apropriando das particularidades de cada um, possa aproximar a matemática abstrata a algo simples e agradável ao aluno.

Alcançar um resultado positivo, de melhora no rendimento apresentado pelos alunos da educação básica, em matemática, é um trabalho que demanda tempo, e se fará possível à medida que professores se apropriem da realidade do educando e compreendam que tomar seus saberes prévios como ponto de partida para o processo de ensino-aprendizagem em sala de aula pode ser um grande aliado nessa empreitada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como?** *Veritati*, n. 4, p.73-80, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem como estratégia metodológica no ensino da matemática**. Boletim de Educação da SBMAC. São Paulo: IMECC/Unicamp, 1994.

BERMEJO, A. P. B.; MORAES, M. S. F.; GRAÇA, V. V. **Educação Matemática: algumas concepções e influências do Movimento da Matemática Moderna**. Disponível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem /cnem/principal/re/PDF/RE77.pdf. Acesso em: 28/03/2013.

BORGES, R. A. S. ***A matemática moderna no Brasil*: as primeiras experiências e propostas de seu ensino**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

BOSI, E. **O tempo vivo da memória: ensaios de psicologia social**. São Paulo: Ateliê. Editorial, 2003.

BOYER, C. **História da Matemática**. Tradução Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher/EDUSP, 1974.

BRASIL, **Lei de diretrizes e Bases da Educação Nacional –** LDB Lei Nº 9.394/96.

_______. Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN: ensino médio: bases legais. Brasília: MEC/SEMT, 1999.

_______. Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN: ensino médio: linguagem, códigos e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEMT, 1999a.

_______. Ministério da Educação. ***O Plano de Desenvolvimento da Educação*: razões, princípios e programas.** Brasília, DF: MEC, 2007.

BRUNNER, J. S. **O processo da educação**. Trad. Lólio Lourenço de Oliveira. São Paulo: Editora Nacional, 1974.

CAMPOS, F.; MIRANDA, R. G.. **A escrita da História**. São Paulo: escala educacional, 2005.

CONNOR, S.. **Folha de S. Paulo – Ciência**. Disponível em: http://www1.folha. uol.com.br/folha/ciencia/ult306u9435.shtml. Acesso em: 01/04/2013.

DIAS, C. A. **Hipertexto: evolução histórica e efeitos sociais.** *Ci. Inf.*, Set/Dez. 1999, vol.28, n°3, p.269-277. ISSN 0100-1965.

FERNANDES, G. P.; MENEZES, J. E. **O Movimento da Educação Matemática no Brasil: Cinco Décadas de Existência.** Anais do II Congresso Brasileiro de História da Educação. Natal: Editora UFRN, 2002. Disponível em: http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe2/pdfs/Tema2/0204.pdf. Acesso em: 01/04/2013

FONSECA, V. **Aprender a Aprender: a Educabilidade Cognitiva**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

HOBSBAWM, E. **Era dos extremos: o breve século XX** - 1914-1991. São Paulo: Cia. das Letras, 1995.

IMENES, L. M. **Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem matemática.** *Bolema*. Rio Claro, n.6, p.21-27, 1990.

MILIES, C. P. **A Matemática dos Códigos de Barras**. Revista do Professor de Matemática, 65, p.46-53, 2008.

MILIES, C. P. **A Matemática dos Códigos de Barras: detectando erros**. Revista do Professor de Matemática, 68, p.38-42, 2009.

MONTEIRO, A.; POMPEU JR., G. **A matemática e os temas transversais**. São Paulo: Moderna, 2001.

MORETO, L. E. A. **Dígitos Verificadores Em Códigos Numéricos Decimais**. São Paulo: Edgar Blücher Ltda, 1983.

PINTO, N. B. **Práticas escolares do Movimento da Matemática Moderna**. Anais do VI Congresso Luso-Brasileiro de História da Educação, p.4058-4068, 2006.

SALGADO, H. D. M. **Código Morse: o que é e como surgiu**. Disponível em: http://student.dei.uc.pt/~hsalgado/CP/artigo.htm. Acesso em: 15/01/2013.

SBEM, **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/a-sociedade/atividades. Acesso em: 23/03/2013.

SILVA, V. L. P.. **Aplicações práticas dos códigos de barras**. São Paulo: Nobel, 1989.

SOARES, F. S. **Movimento da matemática moderna no Brasil: avanço ou retrocesso?** 2001. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

ZYNGIER, M. L. **Código de barras: da teoria à pratica**. São Paulo: Nobel, 1991.