

**UFRRJ**

**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS**

**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL -  
PROFMAT**

**Reflexões quanto à importância das Construções Geométricas  
no ensino da Geometria Plana**

**Jacymar de Almeida Salgado**

2013

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL**  
**- PROFMAT**

**Reflexões quanto à importância das Construções Geométricas  
no ensino da Geometria Plana**

**Jacymar de Almeida Salgado**

*Sob a orientação da Professora*

**Eulina Coutinho Silva do Nascimento**

Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica, RJ  
Agosto de 2013

516.22

S164r

T

Salgado, Jacymar de Almeida, 1986.

Reflexões quanto à importância das construções geométricas no ensino da geometria plana / Jacymar de Almeida Salgado - 2013.

99 f.: il.

Orientador: Eulina Coutinho Silva do Nascimento.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.

Bibliografia: f. 72-74.

1. Geometria plana - Teses. 2. Geometria plana (Primeiro grau) - Estudo e ensino - Teses. 3. Matemática - Teses. I. Nascimento, Eulina Coutinho Silva do, 1961-. II. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM  
REDE NACIONAL-PROFMAT

JACYMAR DE ALMEIDA SALGADO

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no Curso de pós-Graduação em mestrado Profissional em matemática em Rede Nacional-PROFMAT, área de concentração em matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 16/08/2013

---

Eulina Coutinho Silva do Nascimento

Doutora em matemática – UFRRJ

(Orientadora)

---

André Luiz Martins Pereira

Doutor em matemática – UFRRJ

---

Carlos Eduardo Mathias Motta

Doutor em matemática – UFF

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho a Deus por permitir tudo em nossa vida, do levantar ao deitar.

A todos os amigos que fiz no PROFMAT, sem vocês a caminhada teria sido muito mais difícil.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Deus, em primeiro lugar, pois durante a caminhada precisei de forças e foi em suas palavras que encontrei abrigo.

Agradeço à minha mãe em especial, Nivoneide de Almeida Salgado, que sempre foi a pessoa que trouxe tranquilidade à minha vida.

Agradeço à minha orientadora, Eulina Coutinho Silva do Nascimento, pelo seu trabalho comprometido para comigo e todos os seus alunos e orientandos, mas agradeço muito mais à ela por sua amizade e por ser esse ser humano fantástico. Faltam-me palavras para descrever à importância desta incrível professora, orientadora, mãe, esposa, enfim, mulher.

Agradeço a todos os meus amigos do PROFMAT, lá fiz uma família e infelizmente não os verei mais todos os sábados. Sei que vamos nos ver muito pouco de agora em diante em nossas vidas, mas cada palavra de aprendizado e sabedoria que aquele pessoal me passou ficaram gravadas em meu coração. Não podem ser apagadas.

Agradeço aos meus amigos, que acreditam em mim e em tudo que me proponho a fazer. E que cada dia mais eu possa ser motivo de orgulho e de bom exemplo para as pessoas que passarem pela minha vida; amigos, alunos, colegas de trabalho e familiares.

## RESUMO

SALGADO, Jacymar de Almeida. **Reflexões quanto à importância das Construções Geométricas no ensino da Geometria Plana**. Seropédica: UFRRJ, 2013. 97p. (Dissertação, Mestrado em Matemática).

O presente trabalho foi realizado em três etapas, que são parte teórica, pesquisa com profissionais de educação (professores de matemática da rede pública da região metropolitana do Rio de Janeiro) e realização de atividades diagnósticas e pedagógicas na Escola Municipal Cruzeiro do Sul, Mesquita, Rio de Janeiro, com alunos do 6º ano do ensino fundamental. O trabalho mostrou-se promissor ao identificar uma forte tendência dos professores de Matemática dessa região em promoverem sua prática pedagógica, no ensino da Geometria Plana, altamente influenciados por um processo de algebrização desta ciência e do seu ensino. Este trabalho teve como objetivo promover reflexões sobre o atual ensino da Geometria Plana no ensino fundamental da região metropolitana do Rio de Janeiro, bem como apresentar uma forte ferramenta para minimizar a deficiência no ensino da mesma. Especula-se, com forte indício, que o abandono ocorrido no Brasil, em particular da região no qual o estudo foi promovido, do uso das Construções Geométricas no ensino da Geometria Plana é, talvez, o principal fator que afeta o ensino e aprendizagem desta disciplina.

**Palavras Chaves:** Construções Geométricas, Ensino, Geometria Plana.

## ABSTRACT

SALGADO, Jacymar de Almeida. **Reflections about the importance of Geometric Constructions in teaching Plane Geometry.** Seropédica: UFRRJ, 2013. 97p. (Thesis, Master in Mathematics).

The present work was carried out in three stages, which are the theoretical, research with professionals of education (mathematics teachers from public schools in the metropolitan region of Rio de Janeiro) and performing diagnostic and educational activities at the Municipal School Cruzeiro do Sul, Mesquita, Rio de Janeiro, with students from the 6th grade of elementary school. The work has shown promise in identifying a strong tendency of mathematics teachers in this region promote their practice in teaching Plane Geometry, highly influenced by a process algebrization this science and its teaching. This study aimed to promote reflection on the current teaching of Plane Geometry in elementary school in the metropolitan area of Rio de Janeiro, as well as provide a strong tool to minimize disability in its teaching. It is speculated, with strong evidence, that the abandonment occurred in Brazil, particularly in the region where the study was promoted, the use of Geometric Constructions in teaching plane geometry is, perhaps, the main factor that affects the teaching and learning of this discipline.

**Key Words:** Geometry Constructions, Education, Plane Geometry.



## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	1
<b>2. EGITO, EUCLIDES, DESCARTES E A ALGEBRIZAÇÃO DA GEOMETRIA</b> .....	4
2.1 Egito e a “Geometria Empírica” .....	4
2.2 Euclides e a “Geometria Dedutiva” .....	5
2.3 René Descartes e a algebrização da Geometria Euclideana .....	7
<b>3. O BRASIL, A GEOMETRIA E AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS</b> .....	12
3.1 O ensino da Geometria no Brasil .....	12
3.2. O Ensino das Construções Geométricas no Brasil .....	22
<b>4. A GEOMETRIA DINÂMICA, SUA IMPORTÂNCIA E POTENCIALIDADES</b> .....	27
4.1. A presença da Matemática nos dias atuais .....	27
4.2. O ambiente de geometria dinâmica e seus recursos.....	27
4.3. As teorias de aprendizagem e as possibilidades de um ambiente dinâmico de geometria dinâmica .....	30
<b>5. AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS E O ENSINO DA GEOMETRIA: PROFESSORES, SUAS REALIDADES E PRÁTICAS, UMA PESQUISA DE CAMPO</b> .....	36
5.1. Estrutura da pesquisa de campo .....	36
5.2. Quadro estatístico das respostas e uma breve análise do percentual .....	37
<b>6. AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS E O ENSINO DA GEOMETRIA: UMA APLICAÇÃO PEDAGÓGICA E SUAS IMPLICAÇÕES</b> .....	50

6.1. Justificativas para elaboração e aplicação destas atividades pedagógico-diagnósticas .....	50
6.2. Quadro estatístico e análise dos percentuais .....	51
<b>7. CONCLUSÕES .....</b>	<b>69</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>72</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>75</b>

## 1. INTRODUÇÃO

No cotidiano escolar, cada vez com maior frequência, verifica-se a dificuldade do ensino e do aprendizado da geometria nas unidades escolares públicas. A falta de concentração, o déficit na percepção visual, o baixo estímulo de alunos e professores, a dificuldade de se compreender a abstração geométrica e todas as suas exigências, dentre elas, as propriedades básicas das figuras planas estudadas no ensino fundamental, foram fatores que fomentaram a realização deste trabalho. Por que o ensino da Geometria Plana é falho de forma multifacetada? Por que o aprendizado da Geometria Plana se torna, por vezes, tarefa irrealizável na realidade escolar?

Muitos são os fatores que atrapalham, inibem, prejudicam, enfim, coíbem a qualidade do ensino da Geometria plana no ensino fundamental da rede pública dos municípios da região metropolitana do Rio de Janeiro. Dentre eles, claramente, encontram-se a realidade social dos alunos, o excesso de alunos dentro de sala, falta de materiais e infraestrutura, defasagens das mais variadas, como idade e cognição. Porém, cabe também aos professores de Matemática reverem suas práticas. Assim como os alunos precisam estar em constante progressão o professor também deve evoluir em sua profissão, que consiste, em essência, ser um facilitador e fomentador do aprendizado.

Este trabalho tem como objetivo propor reflexões a respeito da prática pedagógica do professor de Matemática frente ao ensino da Geometria Plana e discutir se o ensino da Geometria Plana não deveria ser indissociado do ensino das Construções Geométricas. Para responder à essas reflexões partiu-se à busca de subsídios que respaldassem a proposta do ensino da Geometria Plana ser realizado não apenas de forma abstrata e algébrica, mas também, de forma concreta e geométrica.

Realizou-se um levantamento da evolução do tratamento da Geometria Plana como ciência ao longo dos séculos, uma pesquisa quanto ao ensino da Geometria Plana e das Construções Geométricas no Brasil, o surgimento da Geometria dinâmica e sua relação com os estágios de aprendizagem, uma pesquisa de campo com professores de Matemática à respeito de suas práticas quanto ao ensino da

Geometria e um trabalho de campo com alunos da Escola Municipal Cruzeiro do Sul, Mesquita, Rio de Janeiro.

No capítulo *Egito, Euclides, Descartes e a algebrização da geometria*, relata-se o surgimento da Geometria Plana como ferramenta para soluções de problemas práticos no dia a dia, seu surgimento como ciência na Grécia e sua abordagem puramente lógico-geométrica e por fim sua algebrização sofrida por René Descartes.

No capítulo *O Brasil, a geometria e as construções geométricas*, faz-se um levantamento do surgimento e evolução da Geometria Plana como disciplina no Brasil e o surgimento e desuso das Construções Geométricas como disciplina no Brasil.

No capítulo *A Geometria Dinâmica, sua importância e potencialidades*, comenta-se sobre a necessidade urgente do surgimento da Geometria Dinâmica bem como sua relação com adequação da cognição humana durante sua maturação.

No capítulo *As Construções geométricas e o Ensino da Geometria: Professores, suas realidades e práticas, uma pesquisa de campo*, Realizou-se uma pesquisa com professores de diversas redes públicas da região metropolitana do Rio de Janeiro, com o objetivo de identificar suas práticas através de análise de dados estatísticos.

No capítulo *As Construções geométricas e o Ensino da Geometria: Uma aplicação pedagógica e suas implicações*, aplicou-se um trabalho com alunos da unidade escolar citada nesta introdução, afim de se identificar a relação das Construções Geométricas no ensino-aprendizagem da Geometria Plana na prática. Fez-se quadro estatístico das respostas dos alunos e comentou-se com base nesses resultados.

O trabalho é concluído ressaltando a grande importância do ensino da Geometria Plana ser feito juntamente com o ensino das Construções geométricas,

onde os alunos utilizam régua e compasso e assim potencializam de forma notória o aprendizado das propriedades fundamentais das figuras planas.

## 2. Egito, Euclides, Descartes e a algebrização da geometria.

### 2.1. Egito e a “Geometria Empírica”

A urgente necessidade de se demarcar terras, a fim de se estabelecer limites de propriedades em civilizações antigas, bem como no Egito Antigo, estimulou o desenvolvimento de uma importantíssima ciência chamada Geometria. O nome Geometria deriva do grego “geometrien”, donde geo significa terra e metrien significa medida. No século V a.C. um geógrafo e historiador grego de nome Heródoto<sup>1</sup>, conhecido como “o pai da história”, seria o primeiro a registrar o possível surgimento da geometria.

“CIX - Disseram-me ainda os sacerdotes que Sesóstris<sup>2</sup> realizou a partilha das terras, concedendo a cada Egípcio uma porção igual, com a condição de lhe ser pago todos os anos certo tributo. Se o rio carregava alguma parte do lote de alguém, o prejudicado ia procurar o rei e expor-lhe o acontecido. O soberano enviava agrimensores ao local para determinar a redução sofrida pelo lote, passando o dono a pagar um tributo proporcional à porção restante. Eis, segundo me parece, a origem da geometria, que teria passado desse país para a Grécia.” (HERÓDOTO, 2001, p.251)

Valendo-se da experimentação e da observação a civilização egípcia desenvolveu resultados geométricos baseados em um método indutivo, ou seja, surge com os egípcios uma “Geometria Empírica” em que a experiência sensorial e despreocupada com a demonstração formal, comum a matemática moderna, se faz presente. Esses conhecimentos geométricos utilizados pelos povos da antiguidade, como os povos egípcio e babilônio, datam, aproximadamente, de 4000 a.C. Era uma Geometria desenvolvida apenas para atender as necessidades econômico-sociais. O tratamento da Geometria como uma ciência baseada em uma estrutura lógica e portanto organizada deve-se aos gregos, que o fizeram, inicialmente, por volta de V a.C.

---

<sup>1</sup>Heródoto foi um geógrafo e historiador grego nascido no século V a.C. (485?–420 a.C.) em Halicarnasso (hoje Bodrum, na Turquia). Foi considerado o pai da história e foi o autor da história da invasão persa da Grécia nos princípios do século V a.C., conhecida simplesmente como *As histórias de Heródoto*.

<sup>2</sup> Sesóstris foi mencionado por Heródoto como avô do rei Proteu, este contemporâneo da Guerra de Troia.

São os gregos, que enxergam a Geometria por um novo prisma não mais baseado no modelo indutivo, mas sim num modelo de caráter dedutivo.

## 2.2. Euclides e a “Geometria Dedutiva”

No século III a.C. a Geometria já era bem conhecida de muitas sociedades e povos. Os egípcios, os árabes, os babilônios, os gregos, dentre vários outros já conheciam a Geometria devido à enorme necessidade de medição. Nessa mesma época, um filósofo e matemático grego realizou um ato espantoso, reunir em um tratado, de nome *Elementos*, uma obra de 13 volumes, todo o conhecimento de Matemática da época. A título de ciência, talvez os *Elementos* seja o livro de maior influência do mundo ocidental moderno.

Uma tarefa dessa magnitude exigia destreza matemática, mas acima de tudo “organização”. Sua “organização” foi tamanha, que pode-se dizer, que esse matemático foi o inventor do método axiomático (procedimento que se inicia na aceitação intuitiva de algumas verdades, os postulados, ou axiomas, e que tem seu desenrolar através de uma condução lógica dos mesmos). Foi pela busca de uma organização puramente embasada numa lógica retilínea, que esse geômetra, chamado Euclides<sup>3</sup>, ditou definições, axiomas e postulados.

Essas normas totalizam 35 definições, 3 postulados e 12 axiomas, porém ao longo do tempo convencionou-se os postulados como 5, os três primeiros postulados acrescidos de outros dois, que são os axiomas 11 e 12. São tais os postulados:

- 1) “Pede-se, como coisa possível, que se tire de um ponto qualquer para outro qualquer ponto uma linha reta.”
- 2) “E que uma linha reta determinada se continue em direitura de si mesma, até onde seja necessário.”
- 3) “E que com qualquer centro e qualquer intervalo se descreva um círculo.”
- 4) “Todos os ângulos retos são iguais.”
- 5) “E se uma linha reta, encontrando-se com outras duas retas, fizer os ângulos internos da mesma parte menores que dois retos,

---

<sup>3</sup> Euclides de Alexandria foi um professor, matemático platônico. Muitas vezes referido como o "Pai da Geometria". Além de sua principal obra, Os Elementos, Euclides também escreveu sobre perspectivas, seções cônicas, geometria esférica e teoria dos números.

estas duas retas produzidas ao infinito concorrerão para a mesma parte dos ditos ângulos internos.” (EUCLIDES, 1944, p. 7 e 8)

Sendo esses 4º e 5º postulados, justamente, os axiomas 11 e 12 dos ditos de Euclides.

Tradicionalmente, chamam-se as construções com régua e compasso de construções euclidianas, sendo que:

“Euclides não usa a palavra compasso em seus Elementos e nunca descreve como as construções devem ser feitas. A restrição de que essas construções devem ser realizadas apenas com o uso de uma régua sem escalas e um compasso tem tradicionalmente sido atribuída a Platão (390 a.C.)”. (EVES, 1992, p.29).

São os três primeiros postulados que definem como as construções podem ser realizadas. A régua, sem escalas, surge dos dois primeiros postulados, que são reescritos aqui numa linguagem mais acessível:

- 1) Pode-se traçar uma reta por dois pontos quaisquer;
- 2) Pode-se prolongar uma reta limitada continuamente segundo uma reta.

Já o compasso surge do terceiro postulado:

- 3) Pode-se construir um círculo dado o centro e um segmento (o raio).

Deve-se atentar para o fato de que a Geometria de Euclides é estritamente baseada em Construções Geométricas e todas as demonstrações encontradas nos “Elementos” são desprovidas de valores numéricos. Nesse momento histórico, na qual a Geometria se encontrava, Geometria e Construções Geométricas eram indissociáveis, ou seja, os métodos de solução tanto de problemas práticos como de teoremas e problemas em geral não recorriam à Álgebra para serem solucionados. As “armas” disponíveis não passavam de algumas definições, postulados e axiomas.

Claramente, a Geometria Plana ensinada no ensino fundamental difere da Geometria de Euclides, pois recorre-se à Aritmética e à Álgebra para a solução de praticamente todos os problemas e teoremas.



O fato de que a Geometria ensinada atualmente difere radicalmente da Geometria de Euclides está clara no uso dos números, o que não era feito pelos gregos. O método desenvolvido por Euclides foi um refinamento baseado numa lógica retilínea já utilizada pelos gregos, porém sem preocupação de se “amarrar” as ideias, a ponto de não se cometer afirmações por demais gerais, levianas ou até mesmo inverdades ao não se valer do rigor necessário. Nesse instante que se fez presente a motivação em se criar regras, premissas e pontos de partida que estruturassem a Geometria não apenas como um conjunto de resultados, mas sim como uma ciência. Essa preocupação de Euclides o levou a desenvolver um método científico utilizado até hoje, o método axiomático baseado totalmente em deduções lógicas.

O declínio do império Grego, a partir do séc. III a. C. e a transmissão esparsa e parcial através dos povos posteriores de sua cultura e descobertas matemáticas relegou o estudo da Geometria à forma isolada e pouco importante.

### **2.3. René Descartes e a algebrização da Geometria Euclidiana**

A expansão do império Romano começa a tomar forma como o mais recente império dominante. Historicamente, a ascensão de um império implica em mudança social, política, econômica, religiosa, dentre outras mudanças em todas as esferas sociais.

A grande preocupação do Império Romano era a reorganização urbana e fundação de cidades. A pedra angular da intelectualidade da sociedade Romana era uma filosofia voltada ao social e ao político. Marcus Vitruvius<sup>4</sup> é, então, autor da obra *Dez livros de arquitetura* onde consta o que se considerava por importante em matemática no Império Romano.

---

<sup>4</sup> Marcos Vitruvius Polião foi um arquiteto e engenheiro romano que viveu no século I a.C. e deixou como legado a obra "*De Architectura*", único tratado europeu do período greco-romano que chegou aos nossos dias e serviu de fonte de inspiração a diversos textos sobre Hidráulica, Engenharia, Arquitetura e Urbanismo, desde o Renascimento.

Portanto a matemática desenvolvida pelos Gregos, em particular a Geometria, que é tema desse trabalho, perdeu sua importância pós Grécia.

Com o fomento ao cristianismo, durante esse novo Império, o espaço para uma cultura desenvolvida por uma sociedade politeísta, que era a sociedades Grega, era muito pequeno.

“Os intelectuais cristãos criaram seu próprio espaço, como alternativa às academias Gregas, para o importante exercício intelectual de se construir uma filosofia. Foram os mosteiros, que se estruturaram segundo os preceitos dados por São Bento (480-547). Nos mosteiros desenvolveram-se os pensamentos da Idade Média direcionado à construção de uma teologia cristã. Não havia espaço para a matemática filosófica de origem Grega.” (D’AMBRÓSIO, 2011, p. 40 e 41)

Cabia, portanto, a outros povos o desenvolvimento da matemática e nesse instante o oriente médio teve fundamental contribuição.

A grande insatisfação, frente ao Império Romano, de sociedades ao sul do Mediterrâneo, norte da África e Oriente Médio gerou uma ruptura em todos os aspectos com o modelo romano. Essa insatisfação gerou uma intolerância religiosa por parte do Império Romano quanto à liberdade religiosa de outrora e assim após conflitos com povos judaicos seus discidentes migraram para o oeste e então fundaram o Islamismo. Nesse momento a matemática desenvolvida pelos Gregos volta a ter importância. Grandes centros culturais foram criados dentre eles destacam-se Córdoba e Bagdá, neste último desenvolveu-se a principal escola matemática da Idade Média. Foi fundada em Bagdá, pelo Califa Harun al-Rashid, uma importante biblioteca com uma enorme quantidade de textos matemáticos gregos.

Nesse período ocorre o nascimento da Álgebra ao se considerar a mudança de “sinal” (mudança de operação) de termos em uma equação e grandes contribuições adquiridas da Índia como o método de resoluções de equações de 1° e 2° e o sistema posicional de base 10.

O grande interesse da Igreja Católica Apostólica Romana e da burguesia Européia do século X d. C., respectivamente, eram de reconquistar Jerusalém e de abrir novas rotas comerciais, foi a época das cruzadas.

O contato entre o Oriente e seu desenvolvimento cultural com a Europa foi de fundamental importância para o desenvolvimento intelectual secular europeu. Nesse período foram fundadas as Universidades de Bolonha (1088), de Paris (1170), de Cambridge (1209), de Coimbra (1218), de Oxford (1249).

O livro de maior importância no desenvolvimento da matemática europeia é de autoria de Leonardo Fibonacci<sup>5</sup>, o livro se chama *Liber abbaci* onde se encontravam explicações à respeito do sistema posicional de base 10 e regras das operações aritméticas.

“[...] the geometry developed in Euclid’s *Elements* does not make use of numbers to measure lengths or angles or areas. It is purely geometric in that it deals with points, lines, triangles, and the relationships among these. In the centuries after Euclid, geometers began using numbers more and more. At first number theory (arithmetic) and geometry were kept strictly apart.” (HARTSHORNE, 2000, p. 117)

A Geometria utilizada nos *Elementos* De Euclides não faz uso de números (Aritmética) nem de variáveis (Álgebra). Seus problemas eram estritamente, como visto anteriormente, de abordagem geométrica. A evolução do conceito de número e das manipulações das equações, ao longo dos séculos, permitiu uma interação dessas Matemáticas. Desperta no século XVI René Descartes<sup>6</sup>, um importante matemático, físico e filósofo.

---

<sup>5</sup> Leonardo Fibonacci (1170-1250), também conhecido como Leonardo de Pisa, Leonardo Pisano ou ainda Leonardo Bigollo, mas, na maioria das vezes, simplesmente como Fibonacci foi um matemático italiano, tido como o primeiro grande matemático europeu da Idade Média. É considerado por alguns como o mais talentoso matemático ocidental da Idade Média.<sup>2</sup> Ficou conhecido pela descoberta da sequência de Fibonacci e pelo seu papel na introdução dos algarismos arábicos na Europa.

<sup>6</sup> René Descartes (La Haye en Touraine, 31 de março de 1596 – Estocolmo, 11 de fevereiro de 1650) foi um filósofo, físico e matemático francês. Durante a Idade Moderna também era conhecido por seu nome latino Renatus Cartesius. Notabilizou-se, sobretudo, por seu trabalho revolucionário na filosofia e na ciência, mas também obteve reconhecimento matemático por sugerir a fusão da álgebra com a geometria fato que gerou a geometria analítica e o sistema de coordenadas que hoje leva o seu nome. Por fim, ele foi uma das

“Descartes, ao que tudo indica, foi o primeiro a utilizar a tradução de problemas geométricos para a linguagem algébrica. Logo na primeira parte do seu livro, *La Géométrie*, Descartes demonstra, como as operações aritméticas se relacionam com as operações geométricas.” (BARBOSA, 2011, p. 44)

Resumidamente o que Descartes faz em seus três volumes é criar um método de abordagem da Geometria Euclideana em que o foco de solução é quase que totalmente algébrico. Descartes segue os seguintes passos para abordar os problemas geométricos:

- Traduz-se o problema geométrico para um problema de linguagem algébrica, assim podendo resolvê-lo através de equações polinomiais.
- Essas equações devem ser reduzidas a fim de que se obtenha uma equação que possa ser construída com régua e compasso, ou seja, reduziu-se à ponto de se obter uma interseção de duas curvas, que são apenas retas e arcos de circunferência, pois é o que os postulados permitem construir na Geometria Euclideana.

Portanto, passou-se de uma abordagem que se resumia à uma interseção de curvas (método euclideano) para a solução de uma equação polinomial.

No modelo euclidiano é possível construir circunferências e retas que sabe-se da Geometria Analítica tem por equações gerais, respectivamente:

- $Ax + By + C = 0$  e
- $x^2 + y^2 + 2Cx + 2Dy + E = 0$  ; donde  $A, B, C, D, E \in \mathbb{R}$ .

Note que as interseções possíveis entre curvas no modelo de Euclides são reta-reta, reta-circunferência e circunferência-circunferência, onde todas essas interseções algebricamente geram uma equação onde sua solução depende de somas, subtrações, multiplicações, divisões e extrações de raízes quadradas. Assim

---

figuras-chave na Revolução Científica. Descartes, por vezes chamado de "o fundador da filosofia moderna" e o "pai da matemática moderna", é considerado um dos pensadores mais importantes e influentes da História do Pensamento Ocidental. Inspirou contemporâneos e várias gerações de filósofos posteriores. Boa parte da filosofia escrita a partir de então foi uma reação às suas obras ou a autores supostamente influenciados por ele. Muitos especialistas afirmam que a partir de Descartes inaugurou-se o racionalismo da Idade Moderna.

em seu livro 1, Descartes constrói essas operações elementares utilizando régua e compasso.

“[...] se um elemento de uma figura é construtível com régua e compasso, os números que o definem derivam dos dados do problema através de uma quantidade finita de operações de soma, subtração, multiplicação, divisão e extração de raízes quadradas. A recíproca também é verdadeira: se os números que definem um elemento de uma figura derivam dos dados do problema através de uma quantidade finita daquelas operações, o elemento é construtível com régua e compasso porque com tais instrumentos é possível somar, subtrair, multiplicar, dividir e extrair raízes quadradas” (BARBOSA, 2011, p. 49)

René Descartes valendo-se de conhecimentos de gerações uniu a Álgebra desenvolvida pelos indianos e muçulmanos com a Geometria Euclideana desenvolvida pelos gregos, mas não reduzindo a Geometria Plana à Álgebra. Sendo assim, a Geometria Plana assumiu uma nova abordagem científica, novo enfoque, não significando que Descartes provou que a Geometria Plana deriva da Álgebra nem muito menos que uma seja mais importante que a outra.

### 3. O Brasil, a Geometria e as Construções Geométricas.

#### 3.1. O ensino da Geometria no Brasil

A geometria em âmbito escolar se fez presente no final do século XIX em cursos militares.

“Os cursos militares no Brasil eram escolas de formação técnica, com o objetivo de formar profissionais para a artilharia e fortificações”. (CAMARGO, 2009, p.32).

O objetivo desses cursos militares era desenvolver competências de ordem puramente prática no exercício das funções militares. A geometria lecionada nesses cursos é de ordem prática, ou seja, os axiomas e teoremas não eram tema central das aulas ministradas à época.

Normalmente, durante um curso, utiliza-se um suporte teórico como apostilas ou livros e o primeiro livro didático produzido no Brasil, como suporte teórico para o ensino da geometria, foi o do autor português José Fernandes Alpoim.

“A matemática, a ser ensinada a partir dos livros de Alpoim, é a dos conhecimentos necessários à prática imediata dos artilheiros e lançadores de bombas” (VALENTE, 2007, p. 60)

Ainda no ensino “militar” da geometria outros autores foram adotados, como *A geometria Prática* de Bélidor e *a Aritmética* de Bézout.

“Em 1808 a Corte Portuguesa transferiu-se para o Brasil, e junto trouxe toda a Academia Real dos Guarda-Marinha . O curso para a formação dos profissionais dessa academia era todo organizado e orientado pelos livros de Bézout, com isso a geometria ensinada no Brasil passa a ser orientada também por esse autor.” (CAMARGO, 2009, p.33).

Um livro, que foi adotado posteriormente nessas academias militares foi *Elementos de Geometria*, publicado em 1815, em Portugal, pelo autor brasileiro Francisco Vilela Barbosa, nesse livro as ideias de axioma e teorema já se fazem presente. Isso mostra, mesmo que de forma prematura, uma necessidade que o

autor sente em prumar o ensino da geometria, indo além da pura ferramenta matemática.

A geometria ampliou seu “raio de ação” com a inserção de seu conteúdo em exames vestibulares de direito e medicina, após a independência do Brasil. Reformas educacionais e a criação de uma escola de referência também foram fundamentais para esse aumento.

“Com a organização dos conteúdos, ditada pelos exames para os cursos superiores, e a constituição do ensino secundário, com a criação do Colégio Imperial Pedro II em 1837, a geometria começou a se estabilizar e ganhar características de disciplina.” (CAMARGO, 2009, p.34).

O modelo de ensino da geometria no Brasil, até o fim da década de 20, foi pautado nos moldes de Euclides e essa linha filosófica-educacional se manteve na vanguarda até o Movimento Internacional, onde Euclides Roxo influenciado por essas novas concepções incorporou no Colégio Pedro II, em 1929, algumas modificações no ensino da geometria. Dentre essas modificações a unificação da aritmética, álgebra e geometria gerando uma nova disciplina chamada de Matemática.

“Em 1931, com a reforma Francisco Campos, a unificação das matemáticas passou a valer em todo o território nacional. O programa institucionalizado pela reforma para a nova disciplina Matemática foi elaborado por Euclides Roxo, sendo o mesmo do Colégio Pedro II. Com a junção das matemáticas, a geometria deixou de ser uma disciplina e transforma-se em conteúdo escolar.” (CAMARGO, 2009, p.36).

O grande objetivo dessa reforma, no ensino da geometria, não é a mudança curricular, mas sim a mudança no tratamento didático, que era feito de maneira euclidiana, lógico-dedutiva e tem como proposta de nova linha de desenvolvimento didático, nesse instante, a intuição e experimentação.

A abordagem feita nos livros didáticos por Euclides Roxo foi bastante criticada pelos professores do Colégio Pedro II. No cotidiano escolar o ensino da geometria

continuou nos moldes euclidianos, ou seja, lógico-dedutivo, pois os livros didáticos não seguiram as mudanças propostas por Euclides Roxo durante a reforma Campos.

Durante os anos 40 e 50 o ensino da geometria se manteve no molde lógico-dedutivo. Em meados da década de 50 a discussão a respeito desse molde começa a tomar fôlego através de matemáticos como Leme da Silva, Martha Blauth, Antônio Rodrigues, Benedito Castrucci, dentre outros.

Nos primeiros Congressos Brasileiros de ensino de Matemática, esses matemáticos defendiam ideias que variavam desde manter o pensamento lógico-dedutivo, porém diminuindo o rigor das demonstrações, até em chegar à essas demonstrações rigorosas porém através da demonstração experimental.

“Com as duas pesquisas realizadas por Leme da Silva é possível dizer que a geometria escolar até meados de 1964, nas escolas do Brasil, foi abordada com o caráter lógico-dedutivo. Com a chegada das ideias do MMM no país, essa forma de ensinar começa a se romper; tal fato é percebido no tratamento dado à geometria no livro didático de Osvaldo Sangiorgi, primeiro autor a incorporar em suas coleções os conteúdos de Matemática Moderna.” (CAMARGO, 2009, p.41)

No início do século XX o Movimento Internacional, com origens na Alemanha, Inglaterra, Estados Unidos e França, buscava uma renovação no ensino secundário. O matemático alemão Felix Klein<sup>7</sup> foi um dos expoentes do movimento e defendia a mudança do ensino da geometria.

“O curso proposto pelo matemático alemão, de caráter intuitivo-sintético, possibilitaria ao aluno o desenvolvimento da capacidade de visualizar e trabalhar com naturalidade a mobilidade das figuras geométricas. Para Klein, o cálculo de inspiração newtoniana estaria diretamente relacionado à ideia de movimento. Essa visão cinética das figuras geométricas esbarra no caráter estático da concepção

---

<sup>7</sup> Felix Klein (1849-1925) foi professor de matemática na Universidade de Göttingen, Alemanha. Figura de grande importância no estudo e desenvolvimento de geometrias não-euclidianas e na teoria de grupos. Por ter sido reconhecidamente um professor entusiasta, portanto preocupado com o ensino, exerceu forte influência nos círculos pedagógicos.



lógico-analítica da geometria euclidiana. Para mudar isso, Felix Klein sugeriu iniciar o ensino da geometria por um tratamento propedêutico, valorizar a intuição e experimentação, e só depois partir para a sistematização, demonstração.” (CAMARGO, 2009, p.35)

Essa mudança tão desejada pelo Movimento Internacional tomou força como efetiva mudança, apenas na década de 50, com outro movimento conhecido como Movimento da Matemática Moderna. Os dois movimentos não tinham as mesmas propostas, mas esperavam que suas intervenções transformassem a maneira com que a geometria euclidiana era ensinada.

A experimentalidade, o espírito investigativo e o pensar intuitivo eram as habilidades que se buscava desenvolver não no ensino secundarista, mas sim no ensino fundamental. O Movimento da Matemática Moderna buscava desenvolver essas habilidades nos alunos antes da formalização que viria no ensino secundarista, ou ensino médio atual.

Omar Catunda<sup>8</sup> foi o matemático, que no Brasil, iniciou a propagação do movimento. Mas foi Osvaldo Sangiorgi<sup>9</sup>, que após cursos de verão realizados no Departamento de Matemática da Universidade do Kansas, Estados Unidos da América, em 1960, quem difundiu os preceitos do Movimento da Matemática Moderna.

“Osvaldo Sangiorgi atua em diversas frentes, articula propostas, programas, aglutina diferentes profissionais para a formação do GEEM, mantém contato com a esfera governamental, com a mídia escrita, televisiva, escreve a coleção de livros didáticos de referência para o Movimento da Matemática Moderna no ginásio, de reconhecido sucesso editorial, participa de reuniões, congressos nacionais e internacionais que trataram da implementação da MMM. Enfim, configura-se como uma liderança do MMM no Brasil.” (MATOS e SILVA, 2011, p.180)

---

<sup>8</sup> Omar Catunda (Santos, 23 de setembro de 1906 — Salvador, 12 de agosto de 1986) foi um matemático, professor e educador brasileiro.

<sup>9</sup> Osvaldo Sangiorgi (9 de maio de 1921) é um professor de matemática e autor de livros didáticos da época do Movimento da Matemática Moderna no Brasil. É membro da Academia de Letras de Campos do Jordão. Ganhou o Prêmio Jabuti na categoria "Ciências Exatas" em 1964 pelo livro "Matemática Curso Moderno"

No ano de 1961, em São Paulo foi criado o GEEM, Grupo de Estudos do Ensino da Matemática. Autores, professores do nível básico ao universitário e matemáticos faziam parte desse grupo. Foi o grupo mais importante da época na propagação do MMM no Brasil e seu presidente Foi Osvaldo Sangiorgi.

“O estudo das propostas da geometria escolar preconizadas pelo MMM mostrou que elas foram discutidas intensamente entre os anos de 1969 e 1971 em encontros internacionais. Pelas análises dos Seminários de Royaumont<sup>10</sup>, de Dubrovnik<sup>11</sup> e na CIAEM<sup>12</sup>, três indicações são identificadas: 1° - Geometria pelos espaços vetoriais; 2° - Geometria de Euclides modificando-se seus axiomas e 3° - Geometria via transformações geométricas. Tudo leva a crer que entre os matemáticos não houve um consenso ao tratamento da geometria moderna.” (CAMARGO, 2009, p.49)

Como internacionalmente não houve um consenso quanto ao tratamento dado à geometria, cada país comprometido com a divulgação do MMM adotou uma abordagem de acordo com os desdobramentos dessa divulgação, bem como da aceitação dos docentes e autores de livros didáticos em relação a essa divulgação.

Como resultado da atuação do GEEM, em cursos para professores na década de 60, tem-se a atualização dos professores somente. Entre 1963 e 1968, os cursos oferecidos aos professores pelo GEEM, foram: Vetores e Geometria Analítica, Espaços Vetoriais, Geometria Moderna, Geometria Elementar. E, portanto, nenhuma dessas disciplinas tinham como objetivo elucidar a prática docente através da renovação metodológica proposta pelo MMM.

“A única recomendação para o ensino da geometria que estava de acordo com as discussões internacionais era o uso dos conjuntos e suas operações” (CAMARGO, 2009, p.35)

---

<sup>10</sup> “Seminário realizado em 1959, organizado pela Organização Européia de Cooperação Econômica (OECE) e contou com a participação de 50 delegados de dezoito países. [...] é certamente a realização mais emblemática de todo o movimento reformador de grande influência internacional que recebeu o nome de Matemática Moderna, e, também, uma das mais conhecidas na história da evolução curricular recente do ensino da Matemática “ (MATOS e SILVA, 2011, p.173)

<sup>11</sup> Seminário ocorrido em agosto de 1960 promovido pelo MMM com intuito de reformulação do ensino da matemática.

<sup>12</sup> Conferência Interamericana sobre educação Matemática, realizada em 1961 na Colômbia.

No período que precede o MMM no Brasil a geometria era dividida da seguinte forma: geometria plana nas 3° e 4° séries do ensino ginásial, conhecido atualmente como 8° e 9° anos do ensino fundamental e geometria espacial na 1° série colegial, que se tem hoje por 1° ano do ensino médio.

Para se entender a influência do MMM no ensino de geometria no Brasil precisa-se entender a contribuição feita por Osvaldo Sangiorgi na sua coleção de livros didáticos denominada *Matemática curso moderno*. A palavra *moderno* não se apresenta no título por acaso. É nítida a referência ao MMM.

Desde os anos 50 Osvaldo Sangiorgi já era um autor consagrado. O mesmo era bem aceito, pois estava próximo dos docentes secundaristas e conhecia bem suas realidades e reivindicações. O ensino lógico-dedutivo da geometria no Brasil, presente nas coleções de livros didáticos na época, não era questionado como um todo pelos professores do ensino básico, o que era contestada era sua abordagem rigorosa e por vezes precoce e desnecessária. No livro *Matemática curso moderno – 3° volume*, a geometria tem um tratamento diferenciado, ou melhor, moderno.

“A primeira parte, denominada *Fazendo Geometria...* discute os objetivos do ensino de geometria em *plena era do espaço*, apresenta os primeiros conceitos, sempre com muitos desenhos, representações e finaliza com “um pouco de topologia” [...] na 2° parte, a característica é a utilização da linguagem da teoria dos conjuntos em relações e operações da geometria. Na escrita moderna, ponto pertence a reta, intersecção de duas retas é igual ao conjunto unitário contendo um ponto, o plano contém retas, etc. Os novos símbolos  $\in$ ,  $\subset$ ,  $\cup$ , dentre outros introduzidos desde o início da coleção são incorporados à geometria” .” (MATOS e SILVA, 2011, p.181)

Por essa 2° parte do tratamento da geometria em sua coleção, observa-se que Sangiorgi segue as considerações de unificação das matemáticas propostas inicialmente por Felix Klein e sustentada pelo MMM. A algebrização da geometria e seu ensino é a característica de principal destaque no MMM com relação à geometria.

“É evidente que o tratamento dado à geometria, vale-se das estruturas que atualmente a Matemática dispõe [...] a história, portanto, se repete: é uma nova reconstrução da geometria euclidiana com as novas ferramentas.” (SANGIORGI apud MATOS & SILVA, 2011, p.181)

Com essa abordagem “algebrizada” da geometria, a coleção de Sangiorgi, e portanto, seu método de ensino da geometria, mesmo influenciado pelo MMM esteve muito mais relacionado, em sua concepção, a atender reivindicações dos professores em sua realidade na prática docente do que em seguir uma tendência internacional. Fica notório esse fato notando-se que mesmo realizando cursos nos EUA direcionados ao MMM na década de 60, seus livros não se deixaram influenciar pelo “estilo” americano, onde suas coleções de geometria não tinham enfoque dedutivo, mas sim, em sua totalidade, experimental e dedutivo.

Em 1962, Omar Catunda se aposenta em São Paulo da FFCLUSP<sup>13</sup> e vai para a Bahia para ser diretor do IMF-UBa<sup>14</sup>.

“Teve como objetivo melhorar a formação dos professores, promovendo cursos, seminários, palestras e conferências para divulgar os resultados das pesquisas e estimular os alunos a exporem seus trabalhos. A partir de 1964, na direção desse instituto, Catunda e o grupo de professoras lideradas por Martha Dantas iniciaram um projeto experimental com o objetivo de modificar os programas de matemática do secundário, para incluir conteúdos de Matemática Moderna.” (CAMARGO, 2009, p.71)

Assim, outro grupo de matemáticos lança uma nova proposta para o ensino da geometria. Liderados por Omar Catunda e Martha Maria de Souza Dantas despontou o projeto *Desenvolvimento de um currículo de matemática moderna para o curso ginasial* realizado na CECIBA – Seção Científica de Matemática do Centro de Ciências da Bahia.

Essa proposta se mostrou ousada, inovadora e rompia com a linha seguida por Sangiorgi em sua aclamada coleção. Influenciada por pesquisas européias no

---

<sup>13</sup> Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo.

<sup>14</sup> Instituto de Matemática e Física da Universidade da Bahia. A UBa foi criada em 1946.

campo da educação matemática, Maria de Souza Dantas contribuiu significativamente na concepção deste material. A elaboração do material destinado ao aluno e professor de matemática em sua prática docente tem fundamentação por vezes densa.

“Os conceitos introduzidos não são simples, trata-se de assuntos trabalhados no ensino superior e um tratamento destinado aos alunos do início do secundário, de 13 anos de idade não é uma tarefa tranquila [...]” (MATOS e SILVA, 2011, p.190)

Com isso, tinham por preocupação e meta, revolucionar a maneira de se lecionar a geometria e não à atender as necessidades apontadas pelos professores de matemática de sua época quanto ao ensino da mesma.

Universidades e secretarias de educação juntamente com o Ministério da Educação e Cultura criaram Centros de ensino de Ciências. O CECIBA, assim como outros grupos, tinha como responsabilidade desenvolver materiais didáticos, oferecer cursos de aperfeiçoamento e estágios para professores.

As atividades do CECIBA se encerraram em 1970, porém, em 1971 foi publicado o livro *Ensino Atualizado da Matemática curso ginasial*, que nada mais eram do que as apostilas e manuais didáticos que foram desenvolvidos e aplicados em escolas públicas e particulares da Bahia.

“O ensino da geometria compreende praticamente todo o volume III da coleção, inicia na introdução com noções de lógica, no qual são tratadas proposições, implicações, equivalência, axiomas, teoremas. No capítulo II, intitulado Reta, são trabalhadas translações e simetrias na reta real, transformação afim ou afinidade na reta ou homotetia. A geometria afim do plano é o tema do terceiro capítulo, no qual destacamos alguns tópicos, como espaço afim, vetores dependentes e independentes, transformações afins no plano, grupo afim elementar, propriedades do paralelogramo e do triângulo, dentre outros. Para fechar o volume, no último capítulo, é desenvolvida a geometria euclidiana, com distâncias e polígonos. O volume IV segue a mesma tônica do anterior, dos oito capítulos, seis tratam de

geometria, dando continuidade à geometria euclidiana iniciada no volume III. ." (MATOS e SILVA, 2011, p.189)

Nessa nova coleção, o rigor se faz presente junto aos conceitos abordados, mas sem deixar de lado a investigação e a exploração. A geometria euclidiana, antes de ser estruturada e desenvolvida, é precedida por conceitos matemáticos desenvolvidos com definições, propriedades e demonstrações.

"[...] geometria euclidiana [...] precedida do estudo da geometria afim e das transformações geométricas." (MATOS e SILVA, 2011, p.189)

O ensino da geometria através das transformações geométricas no ensino secundarista já se apresentava como reivindicação no início do século XX pelo Movimento Internacional, proposta essa já defendida por Felix Klein desde 1872. Essa abordagem foi uma proposta feita por Maria de Souza Dantas a Omar Catunda durante o desenvolvimento dos trabalhos. Imagina-se que Omar Catunda tenha concordado com essa proposta, pois a mesma se apresentava como uma tendência europeia de ensino da geometria defendida pelo MMM.

Mesmo após o fim do CECIBA, Dantas e suas colaboradoras, com o apoio de Omar Catunda e Arlete Cerqueira Lima, em 1975, iniciaram um novo trabalho denominado PROED – Processo entre a exposição e a descoberta.

"[...] o projeto foi reestruturado [...] não mais no CECIBA porque este desapareceu, não mais na universidade porque nos disseram: - "Não há lugar para pesquisa de ensino médio na universidade" (década de 70). Mas a oportunidade que o CECIBA nos proporcionou de introduzir Matemática Moderna no ensino secundário, de analisar os êxitos obtidos e as dificuldades criadas para o aluno pelo ensino adotado, para então buscar outros caminhos justificou, plenamente, a sua criação. Não fora a experiência do CECIBA até hoje estaríamos sem saber porque rejeitar a Matemática Moderna e em que medida ela deveria ser rejeitada – definir o que devia ser excluído e o que era preciso conservar de tudo que foi feito" (DANTAS apud CAMARGO, 2009, p. 78)

Os trabalhos do PROED continuaram a ser realizados mesmo após o declínio do MMM mundo a fora. No Brasil, as atividades do PROED duraram por mais de 30

anos, porém nunca atingiu popularidade na cultura escolar. Durante esses anos algumas escolas utilizaram seu método de ensino da geometria através das transformações geométricas algumas delas interrompendo e retomando o modelo, como foi o caso da Escola Parque na Bahia.

A editora da UFBa, EDUFBA, em 1988, edita três livros de uma nova versão do PROED. Um desses livros chamado de *As transformações geométricas e o ensino da geometria* foi editado posteriormente em duas ocasiões, em 1996 e 1998.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação de 11 de agosto de 1971 promove uma descentralização da formulação dos currículos em prol de uma maior autonomia das instituições de ensino.

A grande influência na nova abordagem do ensino da Geometria Plana promovida pelo MMM e a não adaptação/capacitação dos professores a essa nova metodologia proporcionou aos professores, por sua vez inseguros, a possibilidade de excluir o ensino da Geometria ou, tão somente, incluí-lo ao final do ano letivo. Os reflexos desse momento histórico quanto ao ensino da Geometria se faz presente até os dias atuais, em escala bastante reduzida, porém longe do ideal.

Vê-se nas últimas duas décadas uma maior preocupação com o ensino da Geometria. Segundo Raymundo (2010) *já percebemos, mais recentemente, uma maior preocupação por parte de autores de livros didáticos, professores da educação básica e poder público com relação a uma revitalização ao ensino da Geometria*. Os PCN's<sup>15</sup> de 1998 ressaltam grande importância à Geometria como parte importante do estudo da Matemática.

“Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada o mundo em que vive.

O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas

---

<sup>15</sup> Parâmetros Curriculares Nacionais

contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.” (BRASIL, p. 51)

Portanto o ensino da Geometria Plana no Brasil parece estar se desvinculando do medo de aprender e de ensinar que se instalou na educação de modo geral naquele país, em particular no ensino público, após o MMM.

### 3.2. O Ensino das Construções Geométricas no Brasil

O país que desenvolveu os modelos de ensino mais influentes da história foi a França. Do século XVI ao século XIX, aquele país consolidou o ensino técnico e teve seu molde copiado por países tanto do ocidente quanto do oriente. Rússia, Estados Unidos, Japão e muitos outros são exemplos de nações que foram influenciadas pelo método francês.

Com o Brasil, portanto, não foi diferente e em 22 de janeiro de 1808, data da chegada da família real portuguesa ao Brasil, o florescer de profissões técnicas e científicas se fez necessário. Alguns cursos de desenho foram criados com o intuito artístico e somente em 1817 foi-se criado o primeiro curso de desenho técnico do Brasil, mais precisamente na Bahia, o *Curso de Desenho Técnico*.

Um segundo grande momento que deu base para o ensino do Desenho Geométrico, e portanto das Construções Geométricas no Brasil, foi na transição do Brasil Império para o Brasil República. A modernização da sociedade brasileira se faria real com a devida atenção das políticas públicas ao ensino no Brasil e o ensino técnico foi de grande importância para essa corrida contra o tempo devido à ausência de desenvolvimento político, econômico e social que o Brasil sofreu por ser um dos últimos países do mundo a abolir a escravidão.

Uma figura de importância ímpar foi Rui Barbosa<sup>16</sup>, que nos anos de 1882 e 1883 promoveu mudanças fundamentais na educação com a *Reforma do Ensino*

---

<sup>16</sup> Rui Barbosa de Oliveira (1849-1923) foi um polímata brasileiro tendo se destacado principalmente como jurista, político, diplomata, escritor, filólogo, tradutor e orador. Um dos intelectuais mais brilhantes de seu tempo. Foi um dos organizadores da República e coautor da constituição da Primeira República juntamente com Prudente de Moraes.



*Secundário e Superior e a Reforma do Ensino Primário e várias Instituições Complementares da Instrução Pública, respectivamente.*

“O projeto Rui Barbosa deixava claro sua preocupação com o desenvolvimento da economia e indústria no Brasil e quanto à importância da gratuidade dos cursos para adultos na área técnica que apresentava grande avanço, o que valorizava, assim também, o ensino do desenho geométrico em todos os anos de todos os cursos Liceus, visando a sua aplicação, principalmente, nas indústrias, como se fazia na Europa” (RAYMUNDO, 2010, p. 28)

Nota-se a preocupação de Rui Barbosa com a gratuidade devido à necessidade de fomento à indústria brasileira. O objetivo era incentivar o ensino técnico à população adulta a fim de qualificá-la ao exercício de uma profissão de nível técnico.

“O ensino de desenho não era o de ornamentação, nem tinha como objetivo transformar todos os alunos em artistas, mas exercitar o olho e a mão para que eles pudessem ver com exatidão e reproduzir coisas de seu interesse ou que pudessem ser aplicadas, principalmente, nas indústrias. Assim, o ensino proposto não se destinava ao cultivo da pintura, da escultura ou estuaria, mas explorava as possibilidades da adaptação da arte ao desenho industrial por meio do estudo do desenho, adequando a arte ao trabalho mecânico e fabril.” (MACHADO apud RAYMUNDO, 2010, p.28)

Em meados da década de 80 do século XIX, já havia livros que tratavam especificamente de construções geométricas no Brasil e concebidos por autores brasileiros, tamanha a dimensão que o desenho e as construções geométricas tiveram à época, graças a Rui Barbosa.

Com o crescimento das cidades, outras preocupações didáticas à respeito do currículo se fizeram necessárias e o Desenho, antes visto como fundamental para desenvolvimento nacional, agora perde força, pelo menos em relação aos responsáveis pela legislação escolar, para um discurso de uma formação escolar

mais plural visando uma melhor formação escolar para fins de desenvolvimento nacional.

A nota obtida no exame de desenho visava apenas estimular os estudantes, não influenciando na passagem do aluno para o ano seguinte.

Foi no ano de 1931, no início da Era Vargas, que a *Reforma Francisco Campos*<sup>17</sup>, promoveu grande destaque ao ensino do Desenho, pois o garantia sob quatro formas de instrução (Desenho do Natural, Desenho Decorativo, Desenho Geométrico e Desenho Convencional) a todos os anos do Curso Fundamental, atual primeiro segmento do Ensino Fundamental.

A *Reforma Capanema*<sup>18</sup>, garantiu o ensino do Desenho no Curso Ginásial e Colegial Científico, atuais segundo segmento do Ensino Fundamental e Ensino Médio, respectivamente. A metodologia publicada pelo Ministério da Educação em 4 de janeiro de 1946 determinava que:

“No curso ginásial o *Desenho Natural* e o *Desenho Decorativo* não era inseridos na 1ª, 2ª, 3ª e 4ª séries; o *Desenho Geométrico* na 1ª e 2ª séries; o *Desenho Geométrico* e *projetivo* somente na 3ª série e noções sobre *Perspectiva Linear* e *traçado das sombras* na 4ª série. No curso científico o *Desenho Natural* e *Desenho Geométrico* e *projetivo* eram oferecidos na 1ª, 2ª e 3ª séries; o *Desenho Decorativo* e o *Desenho Convencional* na 1ª e 2ª séries e o *Desenho Técnico* somente na 3ª série.” (RAYMUNDO, 2010, p. 30)

Para que não haja dúvidas, as 1ª, 2ª, 3ª e 4ª séries do Curso Ginásial são os atuais 6º, 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental e as 1ª, 2ª e 3ª séries do Colegial Científico são os atuais 1º, 2º e 3º anos do Ensino Médio.

Nesse período, concursos às academias militares e vestibulares do mais diversos, como para Engenharias, Arquitetura, Belas Artes, dentre outros, adotaram o Desenho Geométrico como parte integrante do processo seletivo. Foi então o ápice do estudo no Brasil do Desenho Geométrico e por sua vez, das Construções Geométricas.

---

<sup>17</sup> Reforma promulgada sob Decreto nº 19890 de 18 e abril de 1931.

<sup>18</sup> Ficou conhecida como Reforma Capanema as Leis Orgânicas de Ensino decretadas nos anos de 1942 e 1946.

Foi com a grande influência do MMM (Movimento da Matemática Moderna) que tomou força nas décadas de 60 e 70, como visto anteriormente neste capítulo, que o Desenho Geométrico recebeu um grande impacto quanto a sua característica como disciplina. Com o intuito de se reformular o ensino tradicional da Matemática o MMM trouxe uma nova abordagem do ensino da Geometria. Essa abordagem era feita em bases de Topologia e Teoria dos Conjuntos.

Como as Construções Geométricas tem seus fundamentos na teoria da Geometria Plana e essa se faz sob um enfoque algebrizado, motivada pelo MMM, tem-se assim uma desvalorização da Geometria Plana em detrimento da Álgebra e por sua vez uma desvalorização das Construções Geométricas.

Essa desvalorização se concretiza no Brasil em 20 de dezembro de 1961 com a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação que transforma o ensino do Desenho e portanto do Desenho Geométrico, como disciplina optativa facultada a sua escolha aos estabelecimentos de ensino.

Portanto a influência do MMM permeou todos os ramos do ensino básico, como professores, livros didáticos, pesquisadores em Educação Matemática e poder público.

O declínio do ensino da Geometria e a transformação do Desenho em disciplina optativa, vindo aparecer na disciplina de Educação Artística (Parecer nº1071 de 02 de outubro de 1972 do Conselho Federal de Educação) relegou a proximidade do Ensino da Geometria e das Construções Geométricas à distância de um abismo. Não se observa, atualmente, influência mediante tradição, do uso das Construções Geométricas no ensino da Geometria. Os professores que o fazem, assim o fazem, por conhecer a potencialidade nesta embutida.

Portanto as Construções Geométricas, diferentemente da Geometria, não está ganhando um grande fôlego. Para isso acontecer aponta-se que o ensino da Geometria deva, antes, ganhar maiores proporções e importância, para então métodos de ensino surgirem com maior força e talvez o uso das Construções Geométricas pode ser tornar uma tendência. O PCN de matemática de 1998 ressalta com pouca importância o uso da régua e do compasso no ensino da Geometria Plana.

“O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização

e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações.” (BRASIL, p. 51)

## 4. A Geometria Dinâmica, sua importância e potencialidades.

### 4.1. A presença da Informática nos dias atuais

Durante a evolução científica da humanidade, e mais precisamente, a partir da revolução industrial, a busca por soluções mais rápidas, econômicas e eficazes faz-se uma prioridade. Prioridade essa que culmina na exigência constante de adaptação da sociedade frente a esses avanços tecnológicos cada vez mais exigidos em praticamente qualquer regime de trabalho das grandes e médias cidades. A evolução da tecnologia informática disponibiliza ao usuário uma interação cada vez mais fácil com o computador, propiciando, progressivamente, maior exteriorização e ampliação dos aspectos cognitivos de quem os utiliza, seja para fins de trabalho, lazer ou educação.

Portanto se a sociedade mundial se vale cada dia mais desses recursos e inovações tecnológicas, faz-se evidente e necessária a utilização de novas tecnologias para fins educacionais. “O computador é referido sistematicamente como propiciador de potentes ambientes de ensino/aprendizagem.” (COELHO e SARAIVA, 2000, p.35).

A informática no cotidiano da comunidade escolar, em geral, é um recurso de grandes potencialidades para o desenvolvimento individual e social. Especificamente na matemática/geometria, dispõe-se atualmente de muitos recursos informatizados para ensino e aprendizagem da mesma; parte de tais recursos são:

### 4.2. O ambiente de Geometria Dinâmica e seus recursos.

Entende-se por Geometria Dinâmica, nome criado pela empresa Key Curriculum Press (criadora do software Geometer's Sketchpad), como um modelo de ensino-aprendizado da Geometria com a utilização de recursos computacionais, que privilegiam a interação do aluno com o recurso através de um ambiente virtual.

Primeiramente, será visto o que é um ambiente de geometria dinâmica seguidos dos seus recursos. “Os ambientes de geometria dinâmica são ferramentas informáticas que oferecem régua e compasso virtuais, permitindo a criação de

objetos geométricos a partir das propriedades que os definem.” (GRAVINA, 2001, p.82).

Justamente o que o software proporciona é um ambiente na qual o usuário se insere com a finalidade de exteriorizar suas ações mediante uma interface computadorizada. Essas ações nada mais são do que processos de construção de objetos através de escolhas disponíveis nos diferentes menus dos diferentes softwares de geometria dinâmica existentes. As escolhas são multivariadas, dentre elas temos: pontos, retas, círculos, retas paralelas, construção e medição de ângulos e muitas outras. Grande parte desses programas disponibilizam um recurso chamado macroconstrução ou macros que são expansões do menu via procedimentos que automatizam as rotinas.

Sem dúvidas o que difere esses softwares das tradicionais ferramentas, quadro e giz, é a capacidade de se construir figuras, movimentá-las e ainda sim manter suas propriedades. Propriedades essas, que são determinadas pelo usuário no começo da construção. Essa “capacidade” do programa é o Princípio da Propriedade Mantida (PPM). Este é o principal recurso desses programas. Esse princípio nos possibilita “estabilidade sob ação de movimento” (GRAVINA, 2001, p.83) e como as propriedades da figura são mantidas podemos então dizer que o PPM nos leva, despretenciosamente, devido à naturalidade com que ocorre, há uma busca incessante pelas “variações invariantes”. É a busca de tudo o que permanece constante, no meio de tudo o que varia.

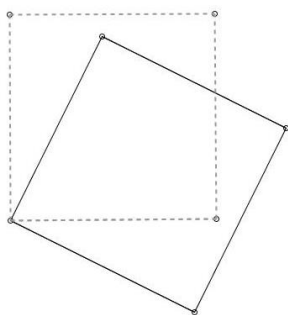


Figura 1

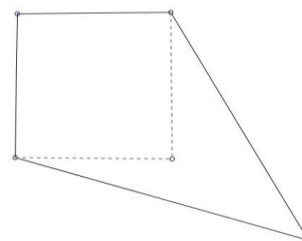


Figura 2

A figura 1 foi construída mediante domínio de propriedades geométricas, enquanto a figura 2 foi construída a partir da experiência sensível, ou seja, como se fosse “à mão livre”. Enquanto não utilizamos o PPM temos ambos os objetos indistintos entre si. Porém quando escolhemos um ponto qualquer para movimentá-lo, observamos que a figura 1 apenas é rotacionada, enquanto a figura 2 colapsa. Fica claro nesse momento que o software funciona como suporte para o aprendizado de geometria. Ele não é o meio e o fim. É apenas o meio, é apenas a ferramenta. De nada vale o objeto exteriorizado na interface do programa se o usuário não tiver uma representação mental, o significado de tal objeto. É nesse momento que se percebe a dualidade dos objetos geométricos. Num primeiro momento esse objeto nada mais é do que um desenho mas posteriormente é transformado em figura. Na passagem gradual do concreto ao abstrato, o usuário passa do desenho à figura.

“A figura é o significado, a representação mental, enquanto que o desenho não é mais do que a respectiva representação externa, o significante.” (LABORDE e LABORDE apud COELHO e SARAIVA, 1992, p. 37).

“A distinção entre desenho e figura é uma das alterações essenciais introduzidas pelos ambientes de geometria dinâmica na aprendizagem da geometria, os quais constituem ambientes propiciadores da descoberta de propriedades e relações geométricas, através do desenvolvimento da capacidade dos alunos de estabelecerem e explorarem conjecturas.” (SCHWARTZ apud COELHO e SARAIVA, 2000, p. 37).

O PPM se faz tão poderoso devido ao fato de se comportar como uma extensão da capacidade de imaginação.

“Pelo recurso de estabilidade sob ação de movimento, as configurações geométricas clássicas (os teoremas) passam a ter multiplicidade de representações. Os desenhos deixam de ser prototípicos e os alunos tornam-se mais hábeis na identificação [...]” (GRAVINA, 2001, p.89).

Os gregos se valeram de instrumentos mecânicos para construir curvas superiores que eram impossíveis de serem construídas apenas com régua e compasso. Ou seja, desde o princípio do desenvolvimento da geometria existe a necessidade do movimento. As cônicas são um excelente exemplo dessa necessidade, pois cônicas são lugares geométricos e lugares geométricos nada mais são do que, vulgarmente dizendo, pontos em “movimento” orquestrados por determinados princípios matemáticos. Até mesmo na atividade didática o dinamismo de figuras se faz presente quando o professor recorre à imaginação de seus alunos para lhes explicar algo.

Foi visto o quanto um ambiente de geometria dinâmica pode ser poderoso ampliando a capacidade imaginativa. Surgem, por sua vez, naturalmente indagações quanto às possibilidades desse recurso num processo de ensino e aprendizagem.

#### **4.3. As teorias de aprendizagem e as possibilidades de um ambiente dinâmico de geometria dinâmica.**

O olhar de um matemático para uma construção geométrica é totalmente diferente do olhar de outro indivíduo que não teve contato com geometria. Bem, se eles observam a mesma figura com olhares diferentes, certamente tiram conclusões a seu respeito de forma diferenciada. Se a figura é a mesma por que então os olhares são diferentes? Por quais motivos as conclusões são diferenciadas?

É na psicologia, mais especificamente nas teorias de aprendizagem, que se encontram respostas para esses tipos de indagações. É onde se pode entender a fluidez entre desenvolvimento cognitivo e construção do conhecimento.

Encontra-se na internet, em livros, em revistas, dentre outras fontes, inúmeras citações às teorias de Piaget quanto à cognição e à construção do conhecimento. De modo geral podem-se destacar, para fins deste trabalho, os seguintes pontos de sua teoria:

a) O desenvolvimento do indivíduo se dá mediante experiência. O sujeito age e através dessas ações sua genética se incumbe de reorganizar os pensamentos repetidas vezes até a chegada a um nível altamente abstrato. É por esse motivo



que Piaget é enquadrado como um teórico construtivista, pois, segundo Piaget, apenas se aprende fazendo.

b) O desenvolvimento cognitivo se dá numa linha bem definida, segue um padrão onde não se pula estágios. Segundo Piaget, esses estágios são quatro:

- ❖ Estágio sensório-motor;
- ❖ Estágio pré-operatório;
- ❖ Estágio operatório-concreto;
- ❖ Estágio operatório-formal.

Os dois últimos estágios se apresentam fortemente no aprendizado da geometria. No estágio operatório-concreto o nível de abstração já está bem elevado, porém o indivíduo ainda precisa de objetos concretos para dar suporte ao seu pensamento. Nesse instante o indivíduo ainda se encontra na transição da abstração empírica (abstração baseada na observação direta do objeto, mas sem embasamento teórico) para a abstração chamada por Piaget de abstração reflexionante (abstração que não ocorre dos objetos, mas sim das ações). Por sua vez, no estágio operatório-formal, o indivíduo abstrai valendo-se de representações puramente mentais. A maturação cognitiva do indivíduo se encontra em nível máximo e é aí que se faz o real ensino/aprendizado da geometria. É quando um indivíduo se encontra geneticamente evoluído para perceber a geometria como um modelo hipotético-dedutivo.

O ambiente de geometria dinâmica se encontra justamente no papel, dentre outros, de fornecer esse momento de adaptação natural do ser humano do estágio operatório-concreto para o operatório-formal através da manipulação de objetos concreto-abstratos. Concretos, pois existem na realidade (na interface interativa do software) e abstratos, pois existem propriedades implícitas à figura que somente um olhar “treinado” pode observar; são as tais já citadas representações mentais.

Numa situação de aprendizagem em que o aluno observa uma construção tradicional com régua e compasso, ou seja, uma construção estática, esta por si só o limita a exploração pois é do tipo 1-construção, 1-teste. Enquanto que a construção realizada num ambiente de geometria dinâmica é do tipo 1- construção, N-testes. (BRANDÃO e ISOTANI, 2006, p.121). O ambiente de geometria dinâmica nos fornece para cada construção uma “família de desenhos em movimento” (GRAVINA, 2001, p.89) que “lança” o aluno a um nível de identificação poderoso em um tempo

menor do que o que se levaria com o ensino tradicional. O aluno ao explorar/movimentar as construções obtém feedback instantâneo. Em poucos minutos um incontável conjunto de exemplos podem ser abordados.

“Manipulando diretamente os objetos na tela do computador, e com realimentação imediata, os alunos questionam o resultado de suas ações/operações, conjeturam e testam a validade das conjeturas.” (GRAVINA, 2001, p.89 e 90).

Um enorme empecilho existente para o aprendizado da geometria são imagens mentais inadequadas. Esse empecilho pode ser amenizado com um aumento no número de exemplos e maior contato direto dos alunos com as construções geométricas. Algo muito importante para a didática da matemática e a didática em geral é que ao ser inserido um software de geometria dinâmica na sala de aula, o aluno é convidado à interatividade, segundo Gravina (2001, p.89) *os ambientes de geometria dinâmica também incentivam o espírito de investigação matemática.*

E essa interatividade não se restringe ao aluno-computador, ela permeia todas as entidades da sala de aula; alunos, professor e computadores. Se a análise crítica geral for estimulada através de um ambiente interativo (mesmo que seja um ambiente matemático), pode-se notar que se minimizam as dificuldades de se desenvolver no aluno uma visão crítica geral (não apenas na matemática). Nesse tipo de sucesso se realiza o ideal de um grande educador, Paulo Freire. Ideal esse que é de despertar politicamente o aluno; à luz da realidade em que o mesmo está inserido. Mas para que isso aconteça, o professor tem influência primordial. Daí se entende que uma formação docente de qualidade depende de um professor que não se limite ao seu conteúdo.

“A formação docente era uma preocupação constante de Freire. Ele acreditava que o educador deve se comportar como um provocador de situações, um animador cultural num ambiente em que todos aprendem em comunhão [...] ninguém ensina nada para ninguém e as pessoas não aprendem nada sozinhas” (PELLEGRINI, 2001, p.22).

Dentro desse contexto constatamos que por melhor que seja o software, o direcionamento dado pelo professor é de vital importância por três motivos:

- ❖ Despertar crítico;
- ❖ Validações empíricas acima de validações hipotético-dedutivas;
- ❖ O desenvolvimento proximal de Lev Vygotsky.

Assim, o papel do professor como um despertador de visão crítica nos alunos é de extrema importância. O professor de matemática ao utilizar um software de geometria dinâmica está se valendo de um poderoso recurso para promoção da interatividade.

“um sujeito não age individualmente no mundo que o rodeia, mas ele faz parte de um coletivo, de um sistema de relações sociais, sendo a sua atividade de interação social localizada na prática diária que envolve a sua prática social” (MATOS e PITEIRA, 2000, p. 61).

Fala-se, portanto, no ambiente dinâmico de geometria dinâmica. É o ambiente de promoção de interatividade (aluno-aluno, aluno-professor, aluno-computador) mediante utilização de um software de geometria dinâmica. Porém essa interatividade não se restringe à obtenção de despertar crítico-social, ela também desenvolve o aluno matematicamente, como veremos na teoria de aprendizagem vygotskiniana.

Um ponto em que o professor deve se manter em alerta é que o software de geometria dinâmica não estimula, por si só, o aluno às demonstrações e ao entendimento delas.

“Vale ressaltar que, pelos recursos que disponibilizam e pelo alto grau de precisão dos desenhos deles obtidos, os ambientes de geometria dinâmica também podem desencadear nos alunos atitudes que priorizam as validações empíricas em detrimento das validações hipotético-dedutivas.” (GRAVINA, 2001, p. 90).

O software, nesse instante, “anda” na contra-mão da situação didático-matemática. O aprendizado em matemática inclui o pensamento formal de caráter demonstrativo, o que segundo a referência anterior, os alunos não se despertarão para tal. É papel do professor utilizar de exercícios e exemplos que façam a

interação do processo formal de demonstração com a utilização do programa. Assim os alunos além de elevarem substancialmente seu nível de abstração matemática, mediante forte embasamento nas propriedades das figuras, atingem também o pensamento formal demonstrativo.

Podemos perceber, em uma análise superficial da teoria do casal Van Hiele, que o papel do professor é de fundamental importância. Para eles o progresso de um nível para o outro (que fique claro que esses níveis já não são mais os mencionados por Piaget, mas sim outra nomenclatura definida pelos Van Hiele) ocorre através de vivência de atividades adequadas e ordenadas. E a elevação dos níveis depende mais de aprendizagem adequada do que de idade e maturação. Aqui um “confronto” ocorre entre as teorias piagetianas e as teorias do casal Van Hiele. As duas teorias se encaixam quanto à posição construtivista (só se aprende através de interação com o meio, ou seja, com ações) mas se opõe quanto à força da intervenção do professor ou de alguém que se encontra num nível de conhecimento mais elevado. Para Piaget o processo de aprendizagem é individual e a interação com o meio mediante experiência do indivíduo é suficiente para que o mesmo se desenvolva até seu último nível. Para os Van Hiele, a não intervenção de alguém superior em conhecimento é fator determinante para a estagnação do aprendizado, matemático-geométrico, em algum momento, não chegando assim o aluno no seu estágio mais avançado. Essa teoria “intervencionista” tem total suporte nas teorias do pensador, bielorusso, Lev Vygotsky. Pellegrini, baseada em Vygotsky, afirma que o aprendizado se dá da seguinte maneira:

- “Zona de desenvolvimento real: É aquilo que a criança sabe fazer por si mesma, sem intervenções”;
- “Zona de desenvolvimento potencial: É aquilo que a criança é capaz de realizar com o auxílio de alguém mais experiente, um professor por exemplo”;
- “Zona de desenvolvimento proximal: É a distância entre o desenvolvimento real e o desenvolvimento potencial, ou seja, o que é desenvolvimento proximal no presente se torna desenvolvimento real no futuro”. (PELLEGRINI, 2001, p. 25).
-

“O bom ensino, portanto, é o que incide na zona proximal. Ensinar o que a criança já sabe é pouco desafiador e ir além do que ela pode aprender é ineficaz” (PELLEGRINI, 2001, p. 25).

Conclui-se que a cognição avança através das experiências do indivíduo com o meio (contrutivismo) porém direcionadas por alguém capacitado (o professor) com o objetivo de proporcionar um ensino desafiador e eficaz. Portanto, o professor de matemática, ao se utilizar de um software de geometria dinâmica, em um ambiente dinâmico, potencializa seu papel de auxiliador do aprendizado, “cumprindo” numa escala ampliada (pois também engloba o despertar crítico-social) grande parte dessa gama de “exigências” referidas por Piaget, Van Hiele e Vygotsky.

5. As Construções geométricas e o Ensino da Geometria: Professores, suas realidades e práticas, uma pesquisa de campo.

### **5.1. Estrutura da pesquisa de campo.**

Foi feita nesta parte do trabalho uma pesquisa de campo com 28 professores apenas da rede pública de ensino das mais diferentes redes municipais. Participaram dessa pesquisa professores da Prefeitura Municipal do Rio de Janeiro, Prefeitura Municipal de Mesquita, Prefeitura Municipal de Nova Iguaçu, Prefeitura Municipal de Nilópolis, Prefeitura municipal de Angra dos Reis e professores do Governo do Estado.

A pesquisa foi feita através de um questionário que tinha como intuito observar a prática de professores da rede pública de ensino em relação ao ensino da geometria e quanto ao ambiente escolar. Foram feitas 20 perguntas relacionadas ao seu cotidiano na sala de aula, tais como, sua prática quanto ao ensino da geometria, seu domínio de conteúdos no que se refere às construções geométricas e quanto à geometria, a realidade de sua escola, dentre outras.

Os professores não eram obrigados a se identificar, porém na sua grande maioria, os mesmos se identificaram. Consta em Anexo o questionário relativo à esta pesquisa de Campo.

## 5.2. Quadro estatístico das respostas e uma breve análise do percentual.

Para cada pergunta do questionário foi feita, a seguir, uma tabela onde consta o percentual de respostas dadas para cada alternativa oferecida em cada pergunta e uma breve análise.

1) Quanto tempo, em anos, possui de prática no ensino público ?				
a) Menos de 5	b) De 5 a 10	c) De 10 a 20	d) De 20 a 30	e) Mais de 30
28,57%	25,00%	25,00%	17,85%	3,57%

Nota-se que o quadro percentual ficou bem distribuído, ou seja, houve uma preocupação de se pautar a pesquisa com uma boa extensão etária afim de minimizar direcionamento de respostas devido a fatores comuns à profissão, como desmotivação do docente, por exemplo.

2) Estudou Geometria Plana na graduação ?	
a) Sim	b) Não
89,28%	10,71%

Como 89,28% dos professores que participaram da pesquisa estudaram Geometria Plana na graduação parte-se do pressuposto que o contato com a disciplina é bem comum na profissão. Mas esse contato com a disciplina durante a

graduação não garante ao docente o domínio da Geometria Plana, vide o quadro estatístico da pergunta de número 3.

3) Como considera seu nível de domínio da Geometria Plana ?			
a) Insatisfatório	b) Regular	c) Bom	d) Ótimo
00,00%	25,00%	64,28%	10,71%

De forma evidente, o domínio de qualquer conteúdo científico está intrinsecamente ligado ao uso continuado desse conteúdo.

Nessa pergunta já se pode observar que o domínio da Geometria Plana é regular em 25,00% dos professores pesquisados, ou seja, os professores inseridos nesse percentual não teriam condições de ensinar o conteúdo além de um nível superficial. Bem, se o profissional não domina a Geometria Plana em um nível mais “alto” certamente não a ensina em nível mais “alto” e mesmo se o quisesse não poderia. Claro que as condições sócio-culturais e o nível de defasagem no qual os alunos possivelmente se encontram tornariam muito difícil um aprendizado mais eficaz, porém um professor despreparado tornaria essa tarefa impossível em condições boas ou ruins nas quais se encontram os discentes sob sua tutela.

Se 64,28% dos professores consideram seu domínio do conteúdo como “Bom”, isso significa que em boas condições de ensino, como salas em boas condições, clientela em nível apto de desenvolvimento, dentre outros igualmente importantes, os professores teriam condições de realizar um bom trabalho, respondendo, assim, aos seus anseios e de todos aqueles envolvidos no processo de ensino-aprendizagem, como alunos, responsáveis, coordenação, direção e a comunidade escolar como um todo.

10,71% dos professores pesquisados consideram seu domínio da Geometria Plana com “Ótimo”, ou seja, tem totais condições de atender a praticamente todos os anseios de um aluno comprometido com a sua formação intelectual.



De fato, o domínio do conteúdo e a ausência de uma proposta de ensino clara, concisa, bem estruturada, preocupada com os níveis de desenvolvimento dos alunos e pautada no aprendizado e não no ensino como o fim, é no mínimo contraditório. Assim, o ensino aprendido da Geometria Plana, bem como de outra qualquer disciplina, passa por uma formação continuada do profissional de educação que consiste em domínio do conteúdo e das suas multiformas de ensino.

4) Estudou Construções Geométricas na graduação ?	
a) Sim	b) Não
78,57%	21,42%

Praticamente 2 em cada 10 professores entrevistados tiveram acesso às Construções Geométricas durante sua graduação. Com isso, interpreta-se que o domínio das técnicas de construções das principais figuras planas utilizadas na educação básica como retas paralelas, retas perpendiculares, circunferências, triângulos, quadrados, retângulos, trapézios, paralelogramos, losangos, dentre várias outras, são de domínio do profissional de educação entrevistado, ou seja, do professor de Matemática.

5) Como considera seu nível de domínio das Construções Geométricas ?			
a) Insatisfatório	b) Regular	c) Bom	d) Ótimo
10,71%	35,71%	53,57%	3,57%

Note que 10,71% dos professores entrevistados consideram seu nível de domínio das construções geométricas insatisfatório, ou seja, não têm condições de

utilizar esse conteúdo para auxiliar no ensino-aprendizado de qualquer outra disciplina, dentre elas a Geometria Plana.

35,71% dos professores entrevistados consideram seu nível de domínio das construções geométricas regular, com isso estão despreparados para utilizar esse conhecimento para o auxílio do ensino-aprendizado da Geometria Plana, caso o quisesse, em um nível além do superficial.

O percentual restante, 57,14%, tem um “Bom” ou “Ótimo” domínio do conteúdo. Se esses profissionais dominarem os conhecimentos de Didática terão totais condições de exercer um proveitoso trabalho dentro da sala de aula, mas isso, obviamente, com boas condições de ensino-aprendizagem já citadas na análise da pergunta 3.

6) Durante a graduação teve acesso a algum software de Geometria Dinâmica ?	
a) Sim	b) Não
28,57%	71,42%

Tem-se como ferramenta poderosa para auxiliar o ensino-aprendizagem o uso de um software de Geometria Dinâmica e mesmo assim 71,42% não tiveram acesso a esse conhecimento na sua graduação. Mesmo sendo tema de todo e qualquer congresso em Educação Matemática, as universidades, de forma geral no Brasil, persistem em currículos antigos que não privilegiam novas tecnologias renegando, assim, o acesso e incentivo a esse formidável recurso, como foi visto no capítulo 3.

7) Como considera seu nível de domínio desse software ?			
a) Insatisfatório	b) Regular	c) Bom	d) Ótimo
35,71%	25,00%	14,28%	00,00%

Na pergunta anterior viu-se que 71,42% dos professores pesquisados não tiveram acesso a qualquer software de Geometria Dinâmica, mas mesmo assim apenas 25% desses mesmos entrevistados não responderam a pergunta de número 7.

Conclui-se com isso, que de alguma forma seja por busca auto-didata ou por alguma especialização feita, os professores buscaram sanar ou diminuir, o que os mesmos consideram uma defasagem, esse despreparo. Bem, se os professores sentem essa necessidade em aprender e dominar pelo menos alguns recursos de um software de Geometria Dinâmica, por que, volta-se à mesma indagação, os currículos das universidades em geral não privilegiam esse conhecimento em suas formações de professores de Matemática?

8) Na sua prática pedagógica, ao ensinar Geometria Plana, utiliza as construções geométricas ?	
a) Sim	b) Não
35,71%	64,28%

64,28% dos professores entrevistados não utilizam as construções geométricas em sua prática pedagógica, ou seja, mesmo 78,57% dos mesmos professores terem tido acesso a esse conteúdo nota-se que por algum motivo o conteúdo é “esquecido”. Esse “motivo” será melhor abordado na questão 14.

9) Na sua prática pedagógica, ao ensinar Geometria Plana, utiliza algum software de geometria dinâmica ?	
a) Sim	b) Não
10,71%	89,28%

A não utilização de um software de Geometria Dinâmica por 89,28% dos professores entrevistados não se dá, na sua esmagadora maioria, por falta de domínio do software ou por negligência dos professores, mas sim pela ausência de infraestrutura das escolas, bem como 67,85% dos professores relataram na pergunta de número 14. Perde-se, aqui, uma grande oportunidade de se potencializar o ensino-aprendizado da Geometria Plana.

10) No planejamento anual, como prefere ensinar Geometria Plana?	
a) No 4º bimestre	b) Diluído ao longo dos bimestres
7,14%	92,85%

Vê-se que apenas 7,14% dos professores de matemática deixam o ensino da Geometria Plana para o último bimestre do ano, ou seja, privilegiam as outras disciplinas como Aritmética e Álgebra. Percebe-se aqui que grande parte dos professores reconhecem a importância da Geometria Plana.

11) Se pudesse ordenar por importância as áreas da matemática (Aritmética, Álgebra e Geometria) como faria?

A – Aritmética, B – Álgebra, C - Geometria

A-B-G	A-G-B	B-A-G
32,14%	17,85%	14,28%
B-G-A	G-A-B	G-B-A
7,14%	00,00%	00,00%

Mesmo na questão anterior onde 92,85% dos professores não privilegiam as outras disciplinas em relação à Geometria Plana, na ordenação de disciplinas a Geometria Plana em nenhum momento é colocada como a disciplina de maior importância, em 24,99% das vezes foi ordenada como a segunda disciplina mais importante e em 46,42% das vezes foi ordenada na última posição de importância.

Fato importante é que 21,42% dos entrevistados se recusaram a ordenar as disciplinas que compõe o atual currículo do ensino básico brasileiro de Geometria Plana, mesmo a pergunta não oferecendo opção de não ordenação.

Por mais que os professores não considerem dispensável o ensino da Geometria Plana, em quase metade dos entrevistados seu nível de importância fica relegado à última posição. O que justifica essa posição? Seria a tradição de ordenação das disciplinas que como vemos teve 32,14% das respostas e influenciam ainda hoje o professor de Matemática? Seria a dificuldade do professor de Matemática em lecionar a disciplina a considerando bastante abstrata? São questões que esse trabalho não pretende responder, mas que surgem como indagações naturais desse estudo.

12) Considera a Geometria Plana um conteúdo negligenciado atualmente ?		
a) Não considero	b) Considero parcialmente	c) Sim considero
3,57%	57,14%	39,28%

Na pergunta de número 16, tem-se que 75,00% dos professores participam da elaboração dos currículos de Matemática de suas escolas, como pode então 96,43% dos professores entrevistados considerarem total ou parcialmente negligenciado o conteúdo de Geometria Plana se são os mesmos que definem se vão ou não ser estudados?

13) Como considera seu nível de conhecimento da história e evolução da Geometria ?			
a) Insatisfatório	b) Regular	c) Bom	d) Ótimo
7,14%	53,57%	39,28%	00,00%

Como foi visto no capítulo 3, a história da Geometria Plana é de fundamental importância para um posicionamento do professor quanto a participação da Geometria Plana para o desenvolvimento científico da sociedade moderna. Ao ser conhecedor da história e evolução da Geometria Plana é natural se fazer um paralelo com suas contribuições e como elas afetam seu ensino e sua evolução no cotidiano escolar, indo da prática à abstração, do exemplo à generalização, da construção geométrica à algebrização.

14) Dispõe de infraestrutura na sua escola ?	
a) Sim	b) Não
32,14%	67,85%

Tem-se na infraestrutura da unidade escolar um entrave significativo quanto à utilização de recursos para fomentar e potencializar o aprendizado. De fato uma unidade escolar dotada de recursos diversos de fomento, embasamento e fixação de conceitos matemáticos, especificamente à esse trabalho, conceitos geométricos, não são luxo mas sim condições necessárias para um melhor aproveitamento do corpo discente.

Cabe ao professor, por sua vez, estar capacitado para o uso dos recursos caso os mesmos estejam disponíveis, como por exemplo softwares, régua, compasso, jogos, etc.

Na questão 8 registrou-se que 64,28% dos professores entrevistados não utilizam as Construções Geométricas na sua prática pedagógica mesmo 78,57% desses mesmos entrevistados terem tido acesso durante a graduação à esta disciplina. Parte desses professores não utiliza as Construções Geométricas pela falta de infraestrutura nas escolas, mas de acordo com a questão de número 5, apenas 53,57% dos professores, que responderam a esse questionário, consideram seu nível de domínio das Construções Geométricas como bom. Assim, percebe-se que aliado à falta de estrutura, relatada pela estatística da questão 14, tem-se o despreparo dos professores e/ou a certeza da desnecessariedade da utilização das Construções Geométricas no ensino/aprendizado da Geometria Plana. Certamente outros fatores influenciam na não utilização dos recursos régua e compasso, como veremos nas estatísticas das outras questões que se seguem.

15) Utiliza régua e compasso ao ensinar Geometria Plana?	
a) Sim	b) Não
53,57%	46,42%

53,57% dos professores entrevistados utilizam régua e compasso como recurso para o ensino da Geometria Plana, porém, como visto, 46,42% dos professores não utilizam as Construções Geométricas como auxílio ao ensino da Geometria Plana. Entende-se que parte dos professores dissociam o uso da régua e do compasso das Construções Geométricas. Com isso percebe-se que parte dos professores utilizam a régua e compasso negligenciando ou até mesmo desconhecendo suas potencialidades, os utilizam apenas para que seus desenhos e não construções geométricas, não fiquem “feios” ou “muito tortos”.

16) Sobre o currículo na rede de ensino em que trabalha:	
a) Não participo de sua elaboração	b) Participo de sua elaboração, ele é flexível
25,00%	75,00%

Um ponto positivo desse questionário é o fato de 3/4 dos professores entrevistados terem participação na elaboração do currículo com o qual trabalha. Sabe-se que uma mudança a nível de secretaria de educação ou a órgãos superiores que regem a educação no país é por demais demoradas e burocrática. Portanto, essa autonomia é uma grande aliada dos profissionais de educação.



17) Quantos alunos tem em média em sua realidade escolar ?			
a) 20 a 30	b) 30 a 40	c) 40 a 50	d) mais de 50
7,14%	57,14%	32,14%	3,57%

Um dos maiores entraves encontrados pelos profissionais da educação, dentre eles diretores, coordenadores, inspetores de disciplina e professores, é o excesso de alunos numa mesma unidade escolar. Em se tratando do uso das Construções Geométricas, que exige o uso da régua e do compasso, essa quantidade de alunos pode soar um tanto desanimadora. Atender aos alunos em suas individualidades e dificuldades bem como zelar pela disciplina e aprendizado torna-se uma tarefa bastante cansativa podendo não alcançar o objetivo determinado pelo professor. Praticamente 1/3 dos professores entrevistados (32,14%) tem em suas salas de aula o dobro da quantidade de alunos que os professores, num senso comum, entendem como o ideal.

18) Como considera as condições das salas de aula em que leciona ?			
a) Insatisfatório	b) Regular	c) Bom	d) Ótimo
42,85%	32,14%	25,00%	00,00%

Praticamente metade (42,85%) dos entrevistados consideram as condições das salas de aula em que lecionam insatisfatórias. Fala-se aqui de condições básicas como ventiladores, janelas, ar condicionado, cadeiras, mesas e quadros em boas condições de uso, portas dentre outros. Esse é mais um grande fator que dificulta o ensino da Matemática, em particular da Geometria Plana, ou de qualquer outra disciplina.

19) A escola em que leciona se encontra dentro de área de risco ?	
a) Sim	b) Não
25,00%	75,00%

Um grande número de escolas se encontram em regiões de risco tanto no estado do Rio de Janeiro como e todos os outros estados do Brasil, mas apenas 1/4 dos professores entrevistados vivem essa realidade, ou seja, é um problema a menos no cotidiano desses mesmos profissionais.

As unidades escolares que se encontram em área de risco têm, em geral, um corpo discente com uma maior dificuldade de aprendizado devido a vários fatores, dentre eles, elevado número de evasão escolar, realidade social repleta de inversão de valores, baixa escolaridade dos pais. Essas unidades precisam de estratégias diferenciadas para o ensino dos seus conteúdos, assunto do qual esse trabalho não se refere.

20) Como considera a relação entre as Construções Geométricas e a Geometria Plana no ensino da matemática na educação básica ?		
a) Desnecessária	b) Parcialmente necessária	c) Indispensável
3,57%	46,42%	50,00%

Apenas metade dos professores considera indispensável o uso das Construções Geométricas no ensino da Geometria Plana. Esse fato talvez se deve à adaptação do professor de matemática à algebrização da Geometria. Indispensável é a utilização de quantos recursos forem possíveis ser utilizados para maior fixação das propriedades básicas das figuras planas. Certamente a utilização das Construções Geométricas ajudam a desenvolver percepção visual, associação do

abstrato com o concreto, desenvolvimento lógico-dedutivo, capricho e concentração, dentre outros benefícios tanto para o aluno bem como para o professor de Matemática.

6. As Construções geométricas e o Ensino da Geometria: Uma aplicação pedagógica e suas implicações.

### **6.1. Justificativas para elaboração e aplicação destas atividades pedagógico-diagnósticas.**

Durante a atividade pedagógica do professor de matemática, o mesmo se depara com grandes dificuldades dos alunos para com o ensino-aprendizado da geometria. Entre a explanação do professor e a compreensão eficaz dos alunos, muito se perde em informação tanto para o aluno quanto para o professor.

O aluno perde, pois deixa de assimilar conceitos, definições, propriedades e assim não aprende, não compara, não pensa, não evolui; acarretando um déficit de aprendizado gerando desmotivação no corpo docente.

O professor perde, pois, em algum momento de sua prática, não consegue ser melhor compreendido por seus alunos deixando, assim, de lado, o elo entre a cognição/assimilação do alunado e o conteúdo a ser desenvolvido se quebrar. Portanto, sua análise a respeito de em qual nível de aprendizado seu aluno se encontra se torna turva para não se dizer, por muitas vezes, ineficaz.

Com a finalidade de se diagnosticar de forma prática e pedagógica esse “medo” da Geometria, que, em geral, ambos os lados, professor e aluno apresentam, foi-se desenvolvidas pequenas e simples atividades.

Aplicou-se a atividade nas turmas 602 e 603 (6º ano do ensino fundamental) da Escola Municipal Cruzeiro do Sul, no município de Mesquita, que apresentavam, até o momento do estudo, níveis semelhantes de aprendizado, tinham o mesmo professor e eram da mesma escola. Essas turmas foram chamadas neste trabalho de turmas A e B, respectivamente.

As atividades totalizam 5, dentre elas tem-se a construção da reta perpendicular, a construção da reta mediatriz, a construção da reta paralela, a construção do quadrado de lado arbitrário e a construção do triângulo equilátero de lado arbitrário.

A turma A, após serem apresentados à uma definição informal do conteúdo abordado e um exemplo feito no quadro com régua e compasso pelo professor utilizando construções geométricas, responderam à um questionário em cada atividade. Os alunos da turma A realizaram todas as construções com régua e compasso utilizando as técnicas de construções geométricas. Já a turma B respondeu ao mesmo questionário, porém não tiveram a oportunidade de utilizarem às técnicas das construções geométricas. Responderam as questões com base na definição informal do conteúdo abordado e um exemplo feito no quadro com régua e compasso pelo professor utilizando as técnicas de construções geométricas, ou seja, após uma aula tradicional.

As atividades tanto da turma A quanto da turma B encontram-se no anexo deste trabalho.

## **6.2. Quadro estatístico e análise dos percentuais.**

Os percentuais das respostas dadas pelos alunos que participaram das atividades serão apresentados num mesmo quadro com a finalidade de explicitar as diferenças no aprendizado quanto às atividades propostas. Foi, em seguida, feita uma breve análise sobre esses percentuais.

Atividade 1 – Turma A	
1) Os quatro ângulos formados pela reta AB e a reta perpendicular são iguais?	
A) Sim	B) Não
100,00%	00,00%
Atividade 1 – Turma B	
1) Os quatro ângulos formados pela reta AB e a reta perpendicular são iguais?	
A) Sim	B) Não
66,66%	33,33%

A propriedade básica da reta perpendicular é a formação de quatro ângulos retos em sua concorrência com uma dada reta. Observou-se que a Turma A assimilou essa propriedade em quanto a Turma B obteve um desempenho regular. Parece que a falta de rigor da figura feita pelo professor, na Turma B, segundo olhar dos alunos, não os desperta, de modo significativo, para a propriedade acima.

Atividade 1 – Turma A	
2) A reta perpendicular é vista com frequência no cotidiano?	
A) Sim	B) Não
84,00%	16,00%
Atividade 1 – Turma B	
2) A reta perpendicular é vista com frequência no cotidiano?	
A) Sim	B) Não
50,00%	50,00%

Acredita-se que a figura feita com capricho, no caso utilizando as Construções Geométricas, permite que o aluno faça comparações com o cotidiano sem elevar o nível de abstração. A construção não exigiu que o aluno abstraísse o conceito e depois fizesse a comparação/abstração de seu cotidiano. Quando se utiliza a régua e o compasso a figura desenvolvida é concreta por si só, não forçando o aluno a generalizar suas propriedades através de uma figura dada em um exemplo. Notoriamente, o uso da régua e do compasso pelos alunos facilitaram na comparação da realidade geométrica com o seu dia a dia. Já a não utilização da régua e do compasso distanciou os alunos, da Turma B, dessa ponte mantendo, assim, a distância desse conceito de suas realidades.

Atividade 1 – Turma A		
3) Sem o uso da régua e do compasso, você acha que:		
A) Teria aprendido menos do conteúdo.	B) Teria aprendido mais do conteúdo.	C) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.
76,00%	00,00%	24,00%
Atividade 1 – Turma B		
3) Com o uso da régua e do compasso, você acha que:		
A) Teria aprendido menos do conteúdo.	B) Teria aprendido mais do conteúdo	C) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.
00,00%	45,83%	54,17%

Note que, na Turma A, 76,00% dos alunos consideraram importante o uso da régua e do compasso no aprendizado do conceito de Reta Perpendicular. De fato o uso dos instrumentos Euclidianos foi um diferencial no estudo desse conceito. Nas perguntas 1 e 2, o desempenho da Turma B foi menor e ao serem questionados sobre um melhor rendimento na utilização desses instrumentos mais da metade da turma achou que não faria diferença, ou seja, os alunos não conhecem as potencialidades desses instrumentos.



Atividade 2 – Turma A		
1) Quais os ângulos formados pelo segmento AB e a mediatriz?		
A) Menores que 90°.	B) Iguais a 90°	C) Maiores que 90°.
4,00%	96,00%	00,00%
Atividade 2 – Turma B		
1) Quais os ângulos formados pelo segmento AB e a mediatriz?		
A) Menores que 90°.	B) Iguais a 90°	C) Maiores que 90°.
8,00%	84,00%	8,00%

A Atividade 2 explora um outro conceito, Reta Mediatriz, com base no que se aprendeu na Atividade 1. Não há como abordar o conceito de Reta Mediatriz e suas propriedades desconhecendo uma Reta Perpendicular e o ângulo Reto.

Nessa pergunta pode-se considerar que não houve uma notória vantagem no aprendizado entre as Turmas A e B. Ou seja, a propriedade em que formam-se ângulos Retos na concorrência da Reta Mediatriz com uma reta dada foi facilmente observada. Por ambas as turmas.

Atividade 2 – Turma A	
2) O que se conclui entre as distâncias AO e OB?	
A) São iguais	B) São diferentes
96,00%	4,00%
Atividade 2 – Turma B	
2) O que se conclui entre as distâncias AO e OB?	
A) São iguais	B) São diferentes
37,50%	62,50%

Outra importante propriedade da Reta Mediatrix é que a mesma bissecciona o segmento a qual intersecta e nesta atividade a Turma B teve um resultado bastante inferior em relação a Turma A.

Mesmo apresentando uma definição de Reta Mediatrix (é a reta perpendicular a um segmento AB que passa pelo seu ponto médio) a Turma B apenas com a definição e um exemplo construído pelo professor não foi capaz, em sua grande maioria, perceber esta propriedade.

A discrepância em relação à Turma A foi muito grande, pois a eficiência daquela turma foi de 96,00% em quanto da Turma B foi de 37,50%.

Talvez uma das razões do sucesso desta atividade é que os alunos da Turma A tiveram que aprender a construir o ponto médio de um segmento para então construírem uma Reta Perpendicular que passasse por esse segmento (Atividade 1), assim puderam responder com facilidade essa questão. Já os alunos da Turma B

mesmo em posse de uma definição de ponto médio não abstraíram o conceito com uma abordagem apenas explanatória e não exploratória.

Atividade 2 – Turma A		
3) De um ponto P qualquer sobre a mediatriz, a distância PA é:		
A) Diferente de PB.	B) Igual a PB.	C) Às vezes é igual e às vezes diferente.
4,00%	68,00%	32,00%
Atividade 2 – Turma B		
3) De um ponto P qualquer sobre a mediatriz, a distância PA é:		
A) Diferente de PB.	B) Igual a PB.	C) Às vezes é igual e às vezes diferente.
8,00%	36,00%	56,00%

A terceira importante propriedade da Reta Mediatriz é que de um ponto qualquer P sobre a mesma a distância aos pontos A e B, do segmento intersectado, não se altera.

Mais uma vez se observa uma superioridade no rendimento da Turma A em relação a Turma B.

Mas um fato que chama bastante atenção é o fato de que mesmo utilizando a régua e o compasso o rendimento da Turma A se mostrou regular. Alguns fatores podem ter contribuído para isso, dentre eles, uma exigência de abstração em que fosse necessárias mais construções para “assentar” essa propriedade com maior clareza.

Vê-se que a abordagem com régua e compasso não fracassou, prova disso foi o resultado bastante inferior da outra turma, porém devido à complexidade abstrativa um maior tempo devesse ser creditado a esta atividade com um maior número de exemplos.

Note que mesmo sendo uma atividade proposta para enriquecimento cultural dos alunos, seu maior objetivo era observar a eficácia ou não do uso das Construções Geométricas e de fato o resultado foi positivo.

Atividade 2 – Turma A		
4) Sem o uso da régua e do compasso você acha que:		
A) Teria aprendido menos do conteúdo.	B) Teria aprendido mais do conteúdo.	C) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.
92,30%	3,84%	3,84%
Atividade 2 – Turma B		
4) Com o uso da régua e do compasso você acha que:		
A) Teria aprendido menos do conteúdo.	B) Teria aprendido mais do conteúdo.	C) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.
00,00%	40,00%	60,00%

Para a Turma A esta atividade foi trabalhosa, pois fizeram uso intenso das Construções Geométricas. Essa expressiva porcentagem de 92,30% parece indicar que os alunos entenderam a importância da organização e do capricho para com o traçado de uma figura, pois sua perfeita construção é vital para uma melhor compreensão de seus conceitos e propriedades.

Veja que na Turma B 60,00% da turma não considera o uso da régua e do compasso como elementos importantes no aprendizado do conceito e propriedades da Reta Mediatriz.

Atividade 3 – Turma A		
1) O que se pode dizer da distância entre as duas retas, a medida que elas são prolongadas?		
A) Se mantém a mesma	B) Diminui	C) Aumenta
92,00%	4,00%	4,00%
Atividade 3 – Turma B		
1) O que se pode dizer da distância entre as duas retas, a medida que elas são prolongadas?		
A) Se mantém a mesma	B) Diminui	C) Aumenta
92,00%	00,00%	8,00%

Nessa atividade abordou-se o conceito de paralelismo. As construções Geométricas não parecem contribuir muito mais a este conceito da Geometria, pelo menos não em relação à essa pesquisa. Alguns podem ser os motivos, dentre eles destaca-se a ideia de ser um conceito “batido”, logo bastante recorrente até mesmo

em linguagem não matemática. É uma palavra utilizada com relativa frequência no cotidiano. Portanto a propriedade da equidistância foi bem observada por ambas as turmas.

Atividade 3 – Turma A	
2) As retas paralelas são vistas com frequência no cotidiano?	
A) Sim	B) Não
87,50%	12,50%
Atividade 2 – Turma B	
2) As retas paralelas são vistas com frequência no cotidiano?	
A) Sim	B) Não
73,07%	26,92%

Com relação à associação da atividade proposta com a realidade dos alunos, a régua e o compasso, devido sua condição exploratória, parece ter permitido uma maior capacidade de comparação do que são Retas Paralelas e se as mesmas podem ser observadas no dia a dia. Ou seja, há talvez, uma tendência no uso dessa ferramenta (Construções Geométricas) para elevar a condição comparativa, uma vez que a abstração foi melhor contemplada com o manuseio da régua e do compasso.

Atividade 3 – Turma A		
3) Sem o uso da régua e do compasso você acha que:		
A) Teria aprendido menos do conteúdo.	B) Teria aprendido mais do conteúdo.	C) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.
86,95%	4,34%	8,69%
Atividade 3 – Turma B		
3) Com o uso da régua e do compasso você acha que:		
A) Teria aprendido menos do conteúdo.	B) Teria aprendido mais do conteúdo.	C) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.
00,00%	32,00%	68,00%

Como comentado anteriormente, pelo conceito de Retas Paralelas ser bastante corriqueiro é comum se esperar que parte dos alunos da Turma A achem que não faria diferença o uso da régua e do compasso e que os alunos da Turma B, em sua maioria (68,00%) também partilhem da mesma opinião dos alunos da outra turma.

Atividade 4 – Turma A		
1) É importante saber o que é uma reta perpendicular para compreender bem o que é um quadrado?		
A) Sim	B) Não	C) Mais ou menos
91,66%	4,16%	4,16%
Atividade 4 – Turma B		
1) É importante saber o que é uma reta perpendicular para compreender bem o que é um quadrado?		
A) Sim	B) Não	C) Mais ou menos
40,00%	44,00%	12,00%

O aluno que não internalizou o conceito de Reta/Segmento Perpendicular não tem condição de entender a figura geométrica quadrado, na profundidade de suas propriedades.

O quadrado é, praticamente, uma figura formada por intersecções de Retas Perpendiculares.

Note que a Turma B teve um desempenho insatisfatório com relação a essa propriedade do quadrado (lados consecutivos perpendiculares). Já a turma A para construir a figura quadrado precisou traçar Retas Perpendiculares, com isso, era de se supor que eles teriam como opinião que entender o conceito de Reta Perpendicular é fundamental para se compreender a figura plana quadrado.



Atividade 4 – Turma A		
2) É importante saber o que é uma reta paralela para compreender bem o que é um quadrado?		
A) Sim	B) Não	C) Mais ou menos
87,50%	4,16%	8,33%
Atividade 4 – Turma B		
2) É importante saber o que é uma reta paralela para compreender bem o que é um quadrado?		
A) Sim	B) Não	C) Mais ou menos
32,00%	52,00%	12,00%

Guardando-se as devidas proporções, tudo indica que o ocorrido na pergunta anterior se repete nessa segunda questão. Na Atividade 3 os alunos da Turma A aprenderam a construir retas paralelas, que se fez necessário na construção do quadrado. Mesmo na atividade anterior parte dos alunos da Turma A não considerarem importante o uso das Construções Geométricas para se compreender bem o conceito de retas paralelas, seu uso foi de fundamental importância para os 87,50% que acertadamente reconheceram a importância das retas paralelas para o entendimento de uma das propriedades do quadrado (lados opostos paralelos).

Assim, mesmo a construção com régua e compasso não sendo um grande diferencial na compreensão das retas paralelas foi indispensável para a compreensão do quadrado e uma de suas propriedades.

Atividade 4 – Turma A		
3) As duas diagonais do quadrado sempre tem o mesmo tamanho?		
A) Sempre	B) Às vezes	C) Nunca
77,27%	22,72%	00,00%
Atividade 4 – Turma B		
3) As duas diagonais do quadrado sempre tem o mesmo tamanho?		
A) Sempre	B) Às vezes	C) Nunca
32,00%	68,00%	00,00%

O desenho perfeitamente construído facilitou e muito a abstração dos alunos da Turma A em comparação com a Turma B. Essa propriedade exigiu dos alunos uma capacidade maior de imaginação. Tudo indica que essa diferença de 77,27% para 32,00% das respostas seja devido a ampliação da percepção geométrica promovida pelo uso da régua e do compasso.

Que fique claro que o aluno da Turma A, em maioria, apenas internalizou a propriedade e não foi convencido formalmente da mesma.

Atividade 4 – Turma A		
4) Sem o uso da régua e do compasso você acha que:		
A) Teria aprendido menos do conteúdo.	B) Teria aprendido mais do conteúdo.	C) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.
86,36%	00,00%	13,63%
Atividade 4 – Turma B		
4) Com o uso da régua e do compasso você acha que:		
A) Teria aprendido menos do conteúdo.	B) Teria aprendido mais do conteúdo.	C) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.
12,00%	36,00%	48,00%

A figura quadrado é do cotidiano de todo ser humano que vive em uma sociedade urbana, que é o caso dos alunos que participaram da pesquisa. Mas vê-se com frequência no cotidiano figuras planas de quatro lados, por exemplo o retângulo, serem chamadas de quadrado. O uso da palavra de forma despreocupada com seu real significado matemático parece induzir o aluno comum a ter certeza do que é um quadrado e isso fica claro no percentual de 48,00% da Turma B considerar que o uso da régua e do compasso seriam indiferentes na atividade proposta.

Atividade 5 – Turma A	
1) O triângulo equilátero feito no quadro pelo professor têm todos os lados iguais?	
A) Sim	B) Não
95,45%	4,54%
Atividade 5 – Turma B	
1) O triângulo equilátero feito no quadro pelo professor têm todos os lados iguais?	
A) Sim	B) Não
40,00%	60,00%

Na Turma B, o professor não utilizou as Construções Geométricas para traçar o triângulo equilátero, como fez na Turma A e mesmo assim 40,00% da Turma B estava convencida de que os lados tinham o mesmo tamanho e o que talvez os tenha feito responder dessa forma tenha sido o capricho do professor (mesmo não usando régua e compasso) ou a abstração mediante a definição.

Nota-se que na Turma A, onde alunos e professor utilizaram as Construções Geométricas, 95,45% dos alunos estavam certos de que a figura construída, em questão o triângulo equilátero, tinha todos os lados iguais e essa é uma importantíssima propriedade do triângulo equilátero.

Atividade 5 – Turma A		
2) Os ângulos internos do triângulo equilátero são:		
A) Menores que 90°	B) Iguais a 90°	C) Maiores que 90°
81,81%	13,63%	4,54%
Atividade 5 – Turma B		
2) Os ângulos internos do triângulo equilátero são:		
A) Menores que 90°	B) Iguais a 90°	C) Maiores que 90°
48,00%	52,00%	00,00%

A falta de rigor na construção da figura, na Turma B, inclinou o aluno a não observância dessa fundamental propriedade do triângulo equilátero (ângulos iguais a 60°). O que não ocorreu na Turma A, onde uma simples rotação da folha, não prova, mas convence o aluno dessa faixa etária que tem a cognição em construção, de que seus ângulos são menores que 90°.

Mais da metade da turma B teve chegado a conclusão de que os ângulos internos de um triângulo equilátero são iguais a 90°, ou seja, não dominam o conceito de ângulo reto, que de certa forma foi desenvolvido na Atividade 1. Esse é um indício do sucesso de 81,81% dos alunos da Turma A responderem a questão corretamente.

Atividade 5 – Turma A		
3) Sem o uso da régua e do compasso você acha que:		
A) Teria aprendido menos do conteúdo.	B) Teria aprendido mais do conteúdo.	C) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.
95,45%	00,00%	4,54%
Atividade 5 – Turma B		
3) Com o uso da régua e do compasso você acha que:		
A) Teria aprendido menos do conteúdo.	B) Teria aprendido mais do conteúdo.	C) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.
00,00%	36,00%	64,00%

Mais uma vez os alunos da Turma B, 64,00% nesse caso, por desconhecerem a importância da régua e do compasso como fomentadores e potencializadores do aprendizado de Geometria entendem que o uso dos mesmos não surtiria efeito e não é isso que a pesquisa pareceu, em todas as suas atividades, indicar. Já na Turma A, 95,45% da turma reconheceu sua importância e como em todas as atividades tiveram resultado igual ou superior nas questões levantadas.

## 7. CONCLUSÕES

A pesquisa realizada com os alunos, bem como a análise estatística de suas repostas no capítulo *As Construções Geométricas e o ensino da Geometria: uma aplicação pedagógica e suas implicações*, deixaram claríssimo o enorme potencial presente no uso da régua e do compasso de forma adequada durante uma aula de Geometria Plana. Esse uso feito de forma adequada, com as técnicas oferecidas pelas Construções Geométricas, não é apenas um momento de descontração e fomento para o aprendizado da Geometria Plana, mas sim, uma ferramenta de exploração totalmente acessível dentro dos padrões econômicos da região a qual o estudo se consolidou.

O trabalho mostra que as Construções Geométricas devem ser um recurso utilizado com frequência pelo professor de Matemática mas que grande parte não o faz por vários fatores que os mesmos acreditam ser limitantes e que como se mostrou no trabalho, não o são.

Verificou-se que em sua maioria, tanto professores quanto alunos desconhecem as potencialidades de um ambiente, seja ele dinâmico ou não, que auxilie o ensino da Geometria Plana no Ensino Fundamental. De certo, o uso de softwares computacionais é um poderoso recurso, como visto no capítulo *A Geometria Dinâmica, sua importância e potencialidades*, deste trabalho, porém seu acesso não é possível na grande maioria das escolas públicas. Quanto ao uso da régua e do compasso não há barreiras a não ser o próprio professor, que deveria ser a ponte entre esse recurso e os alunos.

O despreparo ficou evidente no capítulo *As Construções Geométricas e o ensino da Geometria: Professores, suas realidades e práticas, uma pesquisa de campo*, onde percebeu-se de forma clara que parte dos professores entrevistados expressaram suas opiniões, muitas das vezes, baseados no que achavam e não endossados no que já estudaram e/ou tentaram aplicar em sua prática.

O senso comum dos professores de Matemática mostrou na pesquisa de campo, pois não condiz com a realidade como visto na aplicação pedagógica com os alunos, que o ensino da Geometria Plana feito de forma tradicional, ou seja,

algébrica é o único caminho a qual estão fadados a seguir na sua prática pedagógica.

Este trabalho mostrou que o processo ocorrido de algebrização durante séculos da Geometria Plana, como ciência, influenciou no ensino da mesma de forma algebrizada. No Brasil, em particular, o desestímulo do governamental quanto às Construções Geométricas como disciplina e o Movimento da Matemática Moderna nas décadas de 60 e 70 contribuíram fortemente para o ensino da Geometria Plana da maneira que é feita hoje. Essa “maneira” de ensinar essa disciplina é tradicional e não mais eficaz para a realidade pesquisada.

De fato, parte dos professores se escondem atrás dessa tradição e não se dão a oportunidade de rever e evoluir em sua prática pedagógica por puro desestímulo e ou falta de comprometimento. Observou-se na pesquisa de campo que grande parte dos professores desconhecem a evolução histórica da Geometria Plana como ciência e disciplina, se consideram não dominadores das Construções Geométricas e não reconhecem seu potencial. Segundo D’Ambrósio (2011), *torna-se cada vez mais difícil motivar os alunos para uma ciência cristalizada. Não é sem razão que a história vem aparecendo como um elemento motivador de grande importância.*

Em particular, no ensino da Geometria Plana, a história não serve apenas para o professor como agente fomentador mas também como auto percepção de indivíduo vítima de um processo histórico que algebrizou o ensino da Geometria, como viu-se no capítulo *Egito, Euclides, Descartes e a algebrização da Geometria* deste trabalho.

Muitos, de fato, engessaram sua prática pedagógica quanto ao ensino da Geometria Plana por falta de reciclagem, porém muitos outros são mesmo descompromissados com seu trabalho, que é ensinar. Este trabalho não defende, de forma hipócrita ou utópica, que o trabalho do professor se assemelhe mais à uma missão de vida do que à uma profissão.

Este trabalho não pretende colocar o professor como redentor da sociedade, apenas pretende conduzir os professores à reflexão de que o ensino da Geometria Plana não deve ser dissociado do ensino das Construções Geométricas, pois



simplesmente não existem motivos pedagógicos que respaldem essa posição. Neste trabalho viu-se que historicamente e pedagogicamente o ensino das Construções Geométricas são de fato indispensáveis para um melhor alicerce e maturação das propriedades geométricas pelos alunos, bem como a facilitação da percepção de mundo.

As Construções Geométricas não precisam ser uma nova disciplina agregada ao currículo, mas deve sim fazer parte do currículo das escolas dentro do planejamento do professor de Matemática, pois como foi visto, grande parte dos mesmos tem em suas escolas currículos flexíveis em que participam de sua elaboração.

Os resultados obtidos na aplicação pedagógica com os alunos são por si só um importante material de incentivo à reciclagem dos professores de matemática, pois como foi observado funciona, contribui e não depende de ação governamental nem de qualquer outra esfera burocrática. Depende sim da vontade do professor em se tornar um profissional mais qualificado e apto a exercer sua vocação com qualidade e fazer, assim, sua contribuição para com a sociedade, não pretendendo redimi-la, mas sim, ajudando na formação de cidadãos melhores.

Fica como trabalho posterior a criação de material didático que auxilie o professor de Matemática em sua prática de inserção das Construções Geométricas ao ensino da Geometria Plana, porém direcionado para diferentes realidades nas quais as unidades escolares estão situadas na região metropolitana do Rio de Janeiro.

## BIBLIOGRAFIA

BARBOSA, João Paulo Carneiro. **Investigação histórica referente à base algébrica das construções geométricas com régua e compasso: o trabalho de Pierre Wantzel**. Universidade Federal de Pernambuco, Programa de Pós de Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Ceará, Pernambuco, Brasil, 2011

BARCELOS, Gilmara Teixeira; BATISTA, Silvia Cristina Freitas. **Geometria dinâmica utilizando o software Régua e Compasso**. Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, Campos dos Goytacazes, fevereiro de 2000. [www.es.cefetcampos.br/softmat/.../apostila\\_ReC\\_2008\\_1.pdf](http://www.es.cefetcampos.br/softmat/.../apostila_ReC_2008_1.pdf)

BRANDÃO, Leônidas de Oliveira; ISOTANI, Seiji. **Como Usar a Geometria Dinâmica? O Papel do Professor e do Aluno Frente às Novas Tecnologias**. Anais do XXVI Congresso da SBC, Campo Grande, MS, julho de 2006. Disponível em: [www.ei.sanken.osaka-u.ac.jp/~isotani/artigos/WIE06\\_GD.pdf](http://www.ei.sanken.osaka-u.ac.jp/~isotani/artigos/WIE06_GD.pdf)

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática: Ensino de quinta a oitava séries**. Brasília, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>

CARMARGO, Kátia Cristina. **O ensino da geometria nas coleções didáticas em tempos do Movimento da Matemática Moderna na capital da Bahia**. Universidade Bandeirantes de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2009

COELHO, Maria Isabel e SARAIVA, Manoel Joaquim. **Tecnologias no ensino/aprendizagem da geometria**. IX encontro de educação matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Maio de 2000.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Ed: Papyrus, 22ª edição, Campinas, São Paulo, Brasil, 2011.

EUCLIDES. **Elementos de geometria**. ed. São Paulo: Edições Cultura, 1944.

EVES, Howard. **História da geometria**. ed. São Paulo: Atual, 1992.

GRAVINA, Maria Alice. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, setembro de 2001.

HARTSHORNE, Robin. **Geometry: Euclid and Beyond**. University of California, Department of Mathematics, Berkeley, California, USA, 2000.

HERÓDOTO. **Heródoto História: Estudo crítico por Vítor de Azevedo**. Ed: Ediouro, 2ª edição reformada, São Paulo, Brasil, 2001.

MATOS, João Filipe; PITEIRA, Gisélia. **Ambientes de geometria como artefatos mediadores para a aprendizagem da geometria**. IX encontro de educação matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Maio de 2000.

MATOS, José Manuel e SILVA, Maria Célia Leme da. **O Movimento da Matemática Moderna e diferentes propostas curriculares para o ensino de Geometria no Brasil e em Portugal**, Universidade Nova de Lisboa, Portugal e Universidade Federal de São Paulo, Brasil, 2011.

RAYMUNDO, Maria Fonseca Soutello Moreira. **Construção de conceitos geométricos: investigando a importância do ensino de desenho geométrico nos anos finais do ensino fundamental**. Universidade Severino Sombra,

Programa de Pós de Graduação stricto-sensu em Educação Matemática, Vassouras, Rio de Janeiro, Brasil, 2010.

PELLEGRINI, Denise. **As teorias dos grandes estudiosos da educação**. Revista Nova Escola; ed. São Paulo: Abril, a. 16, n. 139, jan/fev. de 2001.

VALENTE, Wagner R. **Uma história da Matemática escolar no Brasil (1730-1930)**, 2º edição, Ed: Annablume, São Paulo, Brasil, 2002.

## **ANEXOS**

ANEXO I – Pesquisa realizada com os professores.

ANEXO II – Atividades pedagógicas desenvolvidas com os alunos

## **ANEXO I**

(Pesquisa realizada com os professores)

## Pesquisa de Campo – Dissertação de Mestrado – PROFMAT

Mestrando: Jacymar de Almeida Salgado

Nome:

Rede em que atua:

- 1) Quanto tempo possui de prática no ensino público?  
a) Menos de 5 b) entre 5 e 10 c) entre 10 e 20 d) entre 20 e 30 e) mais de 30
  
- 2) Estudou Geometria Plana na graduação?  
a) Sim b) Não
  
- 3) Como considera seu nível de domínio da Geometria Plana?  
a) Insatisfatório b) Regular c) Bom d) Ótimo
  
- 4) Estudou construções geométricas na graduação?  
a) Sim b) Não
  
- 5) Como considera seu nível de domínio das Construções Geométricas?  
a) Insatisfatório b) Regular c) Bom d) Ótimo
  
- 6) Durante a graduação teve acesso à algum software de geometria dinâmica ? Qual?  
a) Sim b) Não
  

---

- 7) Como considera seu nível de domínio desse software ?  
a) Insatisfatório b) Regular c) Bom d) Ótimo

8) Na sua prática pedagógica, ao ensinar Geometria, utiliza as Construções Geométricas ? Por que?

a) Sim b) Não

---

9) Na sua prática pedagógica, ao ensinar Geometria, utiliza algum software de geometria dinâmica ? Por que?

a) Sim b) Não

---

10) No planejamento anual, como prefere ensinar Geometria ?

a) No 4º bimestre b) Diluído ao longo dos bimestres

11) Se pudesse ordenar por importância ( 1º, 2º e 3º ) as áreas da matemática, como faria ?

( ) Aritmética ( ) Álgebra ( ) Geometria

12) Considera a Geometria Plana um conteúdo negligenciado atualmente?

a) Não considero b) Considero parcialmente c) Sim, considero

13) Como considera seu nível de conhecimento da história e evolução da Geometria ?

a) Insatisfatório b) Ruim c) Bom d) Ótimo

14) Dispõe de infraestrutura na sua escola ? O que deveria haver em sua escola, em relação à infraestrutura, para que sua prática tivesse um melhor suporte?

a) Sim b) Não

---

15) Utiliza régua e compasso ao ensinar Geometria ?



a) Sim b) Não

16) Sobre o currículo na rede de ensino em que trabalha :

a) Não participo de sua elaboração, ele é fixo e inflexível.

b) Participo de sua elaboração, ele é flexível.

17) Quantos alunos em média tem em sua realidade escolar ?

a) 20 à 30 b) 30 à 40 c) 40 à 50 d) mais de 50

18) Como considera as condições das salas de aula em que leciona ?

a) Insatisfatório b) Regular c) Bom d) Ótimo

19) A escola em que leciona se encontra dentro de área de risco ?

a) Sim b) Não

20) Como considera a relação entre as Construções Geométricas e a Geometria Plana no ensino da matemática na educação básica?

a) Desnecessária b) Parcialmente necessária c) Indispensável

## **ANEXO II**

(Atividades pedagógicas desenvolvidas com os alunos)

# Atividade 1 - Turma A

---

**Conteúdo** : Construção da reta perpendicular .

**Objetivo** : Mediante definição informal de reta perpendicular e apresentação de exemplo geométrico construído com régua e compasso, no quadro, pretende-se verificar se propriedades básicas deste objeto serão observadas/descobertas pelos alunos, com o uso/auxílio da régua e do compasso.

Definição: “É uma reta que passa por um segmento AB e forma um ângulo de  $90^\circ$ ” .

## Questionário :

1) Os 4 ângulos formados pela reta AB e a reta perpendicular são iguais?

a) Sim, pois \_\_\_\_\_

b) Não, pois \_\_\_\_\_

2) A reta perpendicular é vista com frequência no cotidiano ? Se a resposta for sim, dê um exemplo.

a) Sim, \_\_\_\_\_

b) Não

3) Sem o uso da régua e do compasso, você acha que:

a) Teria aprendido menos do conteúdo

b) Teria aprendido mais do conteúdo

c) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.

# Atividade 1 - Turma B

---

**Conteúdo** : Construção da reta perpendicular .

**Objetivo** : Mediante definição informal de reta perpendicular e apresentação de exemplo geométrico construído com régua e compasso, no quadro, pretende-se verificar se propriedades básicas deste objeto serão observadas/descobertas pelos alunos, sem o uso/auxílio da régua e do compasso.

Definição: “É uma reta que passa por um segmento AB e forma um ângulo de  $90^\circ$ ” .

## Questionário :

1) Os 4 ângulos formados pela reta AB e a reta perpendicular são iguais?

a) Sim, pois \_\_\_\_\_

b) Não, pois \_\_\_\_\_

2) A reta perpendicular é vista com frequência no cotidiano ? Se a resposta for sim, dê um exemplo.

a) Sim, \_\_\_\_\_

b) Não

3) Com o uso da régua e do compasso você, acha que:

a) Teria aprendido menos do conteúdo

b) Teria aprendido mais do conteúdo

c) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.

# Atividade 2 - Turma A

---

**Conteúdo** : Construção da reta mediatriz .

**Objetivo** : Mediante definição informal de reta mediatriz e apresentação de exemplo geométrico construído com régua e compasso, no quadro negro, pretende-se verificar se propriedades básicas deste objeto serão observadas/descobertas pelos alunos, com o uso de régua e compasso.

Definição: “É a reta perpendicular a um segmento AB que passa pelo seu ponto médio”.

## Questionário :

1) Quais os ângulos formados pelo segmento AB e a mediatriz?

a) Menores que  $90^\circ$       b) Iguais à  $90^\circ$       c) Maiores que  $90^\circ$

2) O que se conclui entre as distâncias AO e OB ?

a) São iguais, pois \_\_\_\_\_

b) São diferentes, pois \_\_\_\_\_

3) De um ponto P qualquer sobre a mediatriz, a distância PA é:

a) Diferente de PB      b) Igual a PB      c) As vezes é igual e as vezes diferente

4) Sem o uso da régua e do compasso, você acha que:

a) Teria aprendido menos do conteúdo

b) Teria aprendido mais do conteúdo

c) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.

# Atividade 2 - Turma B

---

**Conteúdo** : Construção da reta mediatriz .

**Objetivo** : Mediante definição informal de reta mediatriz e apresentação de exemplo geométrico construído com régua e compasso, no quadro negro, pretende-se verificar se propriedades básicas deste objeto serão observadas/descobertas pelos alunos, sem o uso/auxílio de régua e compasso.

Definição: “É a reta perpendicular a um segmento AB que passa pelo seu ponto médio”.

## Questionário :

1) Quais os ângulos formados pelo segmento AB e a mediatriz?

a) Menores que  $90^\circ$       b) Iguais à  $90^\circ$       c) Maiores que  $90^\circ$

2) O que se conclui entre as distâncias AO e OB ?

a) São iguais, pois \_\_\_\_\_

b) São diferentes, pois \_\_\_\_\_

3) De um ponto P qualquer sobre a mediatriz, a distância PA é:

a) Diferente de PB      b) Igual a PB      c) As vezes é igual e as vezes diferente

4) Se pudesse usar régua e compasso, você acha que:

a) Teria aprendido menos do conteúdo

b) Teria aprendido mais do conteúdo

c) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.

# Atividade 3 - Turma A

---

**Conteúdo** : Construção da reta paralela.

**Objetivo** : Mediante definição informal de reta paralela e apresentação de exemplo geométrico construído com régua e compasso, no quadro, pretende-se verificar se propriedades básicas deste objeto serão observadas/descobertas pelos alunos, com o uso/auxílio da régua e do compasso.

Definição: “São duas retas construídas em um plano, que nunca se cruzam” .

## Questionário :

1) O que se pode dizer da distância entre as duas retas, a medidas que elas são prolongadas?

a) Se mantém sempre a mesma      b) Diminui      c) Aumenta

2) As retas paralelas são vistas com frequência no cotidiano ? Se sim, dê um exemplo.

a) Sim, \_\_\_\_\_

b) Não

3) Sem o uso da régua e do compasso, você acha que

a) Teria aprendido menos do conteúdo

b) Teria aprendido mais do conteúdo

c) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.

# Atividade 3 - Turma B

---

**Conteúdo** : Construção da reta paralela.

**Objetivo** : Mediante definição informal de reta paralela e apresentação de exemplo geométrico construído com régua e compasso, no quadro, pretende-se verificar se propriedades básicas deste objeto serão observadas/descobertas pelos alunos, sem o uso/auxílio da régua e do compasso.

Definição: “São duas retas construídas em um plano, que nunca se cruzam” .

**Questionário** :

1) O que se pode dizer da distância entre as duas retas, a medidas que elas são prolongadas?

a) Se mantém sempre a mesma      b) Diminui      c) Aumenta

2) As retas paralelas são vistas com frequência no cotidiano ? Se sim, dê um exemplo.

a) Sim, \_\_\_\_\_

b) Não

3) Sem o uso da régua e do compasso, você acha que

a) Teria aprendido menos do conteúdo

b) Teria aprendido mais do conteúdo

c) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.



# Atividade 4 - Turma A

---

**Conteúdo** : Construção do quadrado de lado arbitrário.

**Objetivo** : Mediante definição informal de reta paralela e apresentação de exemplo geométrico construído com régua e compasso, no quadro, pretende-se verificar se propriedades básicas deste objeto serão observadas/descobertas pelos alunos, com o uso/auxílio da régua e do compasso.

Definição: “Quadrilátero de quatro lados de mesma medida e quatro ângulos de  $90^\circ$ ”

## Questionário :

1) É importante saber o que é uma reta perpendicular para compreender bem o que é um quadrado?

a) Sim      b) Não      c) Mais ou menos

2) é importante saber o que é uma reta paralela para compreender bem o que é um quadrado?

a) Sim      b) Não      c) Mais ou menos

3) As duas diagonais do quadrado sempre tem o mesmo tamanho?

a) Sempre      b) Às vezes      c) Nunca

4) Sem o uso da régua e do compasso, você acha que

a) Teria aprendido menos do conteúdo      b) Teria aprendido mais do conteúdo

c) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.

# Atividade 4 - Turma B

---

**Conteúdo** : Construção do quadrado de lado arbitrário.

**Objetivo** : Mediante definição informal de reta paralela e apresentação de exemplo geométrico construído com régua e compasso, no quadro, pretende-se verificar se propriedades básicas deste objeto serão observadas/descobertas pelos alunos, sem o uso/auxílio da régua e do compasso.

Definição: “Quadrilátero de quatro lados de mesma medida e quatro ângulos de  $90^\circ$ ”

## Questionário :

1) É importante saber o que é uma reta perpendicular para compreender bem o que é um quadrado?

a) Sim      b) Não      c) Mais ou menos

2) É importante saber o que é uma reta paralela para compreender bem o que é um quadrado?

a) Sim      b) Não      c) Mais ou menos

3) As duas diagonais do quadrado sempre tem o mesmo tamanho?

a) Sempre      b) As vezes      c) Nunca

4) Com o uso da régua e do compasso, você acha que

a) Teria aprendido menos do conteúdo      b) Teria aprendido mais do conteúdo

c) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.

# Atividade 5 - Turma A

---

**Conteúdo** : Construção do triângulo equilátero de lado arbitrário.

**Objetivo** : Mediante definição informal de reta paralela e apresentação de exemplo geométrico construído com régua e compasso, no quadro, pretende-se verificar se propriedades básicas deste objeto serão observadas/descobertas pelos alunos, com o uso/auxílio da régua e do compasso.

Definição: “Triângulo que têm todos os lados de mesmo tamanho e todos os ângulos iguais”.

## Questionário :

1) O triângulo equilátero feito no quadro pelo professor têm todos os lados iguais? Por que?

a) Sim, pois \_\_\_\_\_

b) Não, pois \_\_\_\_\_

2) Os ângulos internos do triângulo equilátero são:

a) Menores que  $90^\circ$ , pois \_\_\_\_\_

b) Iguais a  $90^\circ$ , pois \_\_\_\_\_

c) Maiores que  $90^\circ$ , pois \_\_\_\_\_

3) Sem o uso da régua e do compasso, você acha que

a) Teria aprendido menos do conteúdo      b) Teria aprendido mais do conteúdo

c) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.

# Atividade 5 - Turma A

---

**Conteúdo** : Construção do triângulo equilátero de lado arbitrário.

**Objetivo** : Mediante definição informal de reta paralela e apresentação de exemplo geométrico construído com régua e compasso, no quadro, pretende-se verificar se propriedades básicas deste objeto serão observadas/descobertas pelos alunos, sem o uso/auxílio da régua e do compasso.

Definição: “Triângulo que têm todos os lados de mesmo tamanho e todos os ângulos iguais”.

## Questionário :

1) O triângulo equilátero feito no quadro pelo professor têm todos os lados iguais? Por que?

a) Sim, pois \_\_\_\_\_

b) Não, pois \_\_\_\_\_

2) Os ângulos internos do triângulo equilátero são:

a) Menores que  $90^\circ$ , pois \_\_\_\_\_

b) Iguais a  $90^\circ$ , pois \_\_\_\_\_

c) Maiores que  $90^\circ$ , pois \_\_\_\_\_

3) Com o uso da régua e do compasso, você acha que

a) Teria aprendido menos do conteúdo      b) Teria aprendido mais do conteúdo

c) Não faria diferença, teria aprendido da mesma forma.